

# **УЧБОВІ ЗАВДАННЯ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ І ІНЖЕНЕРНОЇ ГРАФІКИ**

*для програмового навчання*

Затверджено  
на засіданні кафедри  
нарисної геометрії інженерної та  
комп'ютерної графіки.  
Протокол № 6 від 20.04.04 р.

Київ КПІ 2007

Учбові завдання з нарисної геометрії і інженерної графіки призначені для студентів, які вивчають курс нарисної геометрії за скороченою програмою.

Вивчаючи нарисну геометрію, студенти набувають знання з теорії зображень і вміння використовувати ці знання для розв'язання інженерно-геометричних задач ( побудова наочних зображень, ліній перетину поверхонь і перерізів їх площинами, розорток поверхонь, тощо), які постають при виконанні конструкторської документації в майбутній інженерній діяльності. Студенти отримують також навички в читанні рисунків, необхідні інженеру-технологу.

Учбові завдання містять матеріали, які дають змогу закріпити знання з кожної теми курсу, необхідні для проведення практичних занять і виконання графічних робіт.

Учбовий матеріал згрупований за темами лекцій і практичних занять згідно з робочою програмою курсу. В кожному розділі містяться:

короткі теоретичні відомості і методичні вказівки до вивчення теми;

домашні завдання для самостійного розв'язання після прослуханої лекції з теми;

умови задач, рекомендованих для розв'язання на практичних заняттях під керівництвом викладача.

Графічні побудови домашніх завдань і задач виконують безпосередньо на сторінках посібника за допомогою олівця і креслярських інструментів, відповіді виділяють червоним кольором.

У кінці посібника наведені текстові і графічні умови, а також приклади виконання чотирьох розрахунково-графічних робіт (РГР). Ці роботи призначені для самостійного виконання за варіантом.

Розрахунково-графічні роботи виконуються на креслярському папері формату А3. Товщина ліній, буквени та цифрові позначення повинні відповідати вимогам стандартів єдиної системи конструкторської документації (ЄСКД).

У цьому виданні у порівнянні з попереднім зменшено об'єм, приведений приклад виконання самостійної роботи з аксонометрії, відкоригований текст.

## УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

1. **Точки** у просторі позначаються великими літерами латинського алфавіту і цифрами: А, В, С,...1, 2, 3,..;

лінії - малими літерами латинського алфавіту: *a, b, c, ...;*

площини і поверхні - великими літерами грецького алфавіту :  $\Sigma, \Delta, \Theta, \Omega, \dots;$

проекції точок, площин і поверхонь - тими ж буквами, що і в натурі, з додаванням порядкового індексу відповідної площини проекцій:  $A_1, A_2, A_3, I_1, I_2, I_3, \Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3 \dots$

2. **Знаки-символи**, які виражають відношення між геометричними елементами:

$\parallel$  - паралельність

$C$  - належність лінії фігури

$\perp$  - перпендикулярність

$\cup$  - з'єднання точок

$=$  - результат дії, збіг, тотожність

$/$  - мимобіжність прямих

$\cap$  - перетин

$\cup$  - дотик

$\in$  - належність точки фігури

$\angle$  - прямий кут

**Метод проекцій** є основний метод нарисної геометрії. За допомогою цього метода вирішують дві основні задачі нарисної геометрії:

**Пряма задача.** За заданим об'єктом побудувати його зображення.

**Обернена задача.** За заданим зображенням визначити об'єкт (відтворити його форму, визначити розміри і т.д.).



Площини, перпендикулярні до однієї з основних площин проекцій (на рис. 9 - до  $\Pi_1$ ), позначаються  $\Pi_4$ ,  $\Pi_5\dots$ ; нова вісь проекцій позначається  $X_1$ ,  $X_2\dots$ . Комплексний рисунок одержують після суміщення допоміжної площини з площиною, до якої вона перпендикулярна, і подальшого суміщення площин з фронтальною площиною проекцій (рис.9).

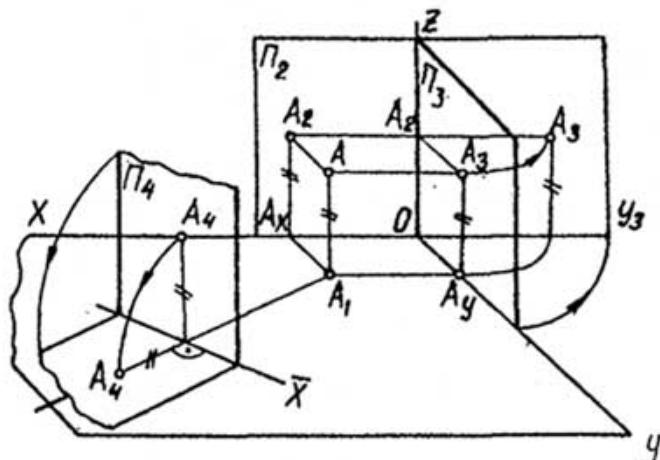


Рис. 8

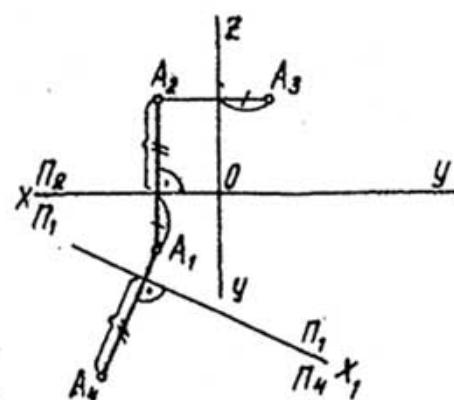


Рис. 9

В результаті замість системи площин проекцій  $\Pi_1 / \Pi_2$  (старої) одержують нову систему площин проекцій:  $\Pi_2 / \Pi_3$  або  $\Pi_1 / \Pi_4$ , в яких точка А задана своїми проекціями  $A_2$  і  $A_3$  або  $A_1$  і  $A_4$ , зв'язаними новими лініями зв'язку  $A_2A_3$  або  $A_1A_4$ , перпендикулярними до нових осей проекцій  $Z$  або  $X_1$  відповідно. Відстань від нової проекції точки до нової осі дорівнює відстані від заміненої проекції точки  $A_1$  (або  $A_2$ ) до старої осі  $X$  (див. рис.9).

### Проекціювання прямої

Пряма в просторі безмежна. Її положення визначається двома точками (рис. 10). Проекції прямої проходять через одніменні проекції точок, якими вона задана.

Проекціями прямої можуть бути пряма або точка. В останньому випадку пряма перпендикулярна до площини проекцій (див. рис. 10).

### Комплексний рисунок прямої загального положення

Визначником прямої в просторі є дві точки. Умовний запис:  $I(A, B)$ . На рисунку пряму визначають двома її проекціями:  $I(A_1, B_1; A_2, B_2)$  або  $I(I_1, I_2)$ . Обидві проекції кресляться під кутом  $\neq 90^\circ$  до осі проекцій (рис. 11).

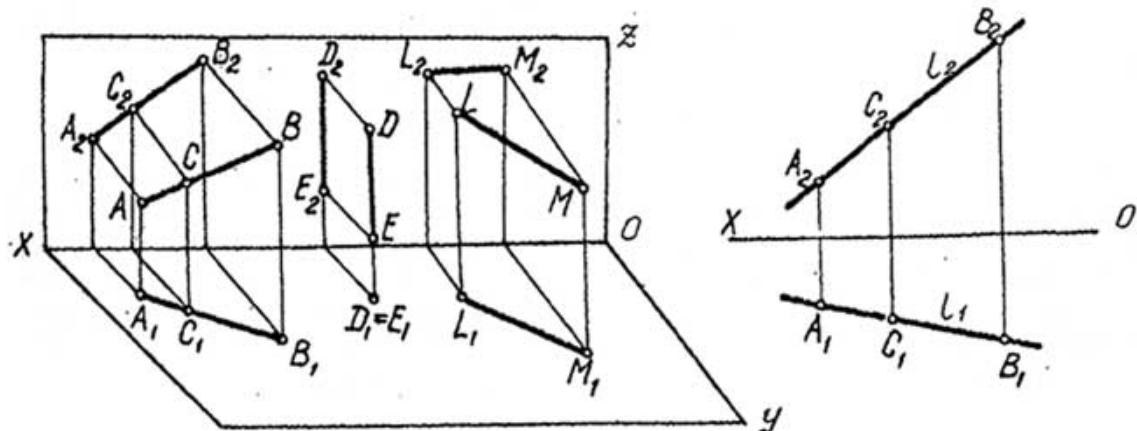


Рис. 10

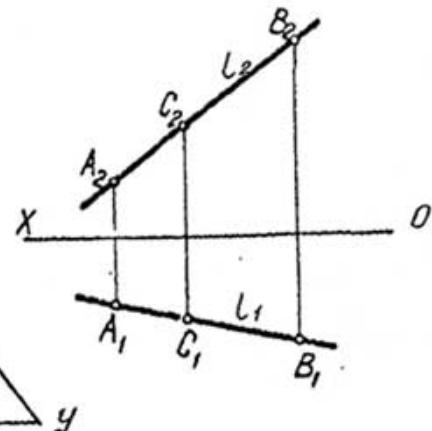


Рис. 11



Точка належить прямій, якщо її проекції належать однойменним проекціям прямої:  $C \in l$ , якщо  $C_1 \in l_1, C_2 \in l_2$  (рис. 11).

### Читання комплексного рисунка прямих

- Визначити положення прямої в просторі.
- Визначити натуральну величину /Н.В./ відрізка прямої і кути нахилу прямої до площин проекцій:  $\alpha^0$  до  $\Pi_1$  і  $\beta^0$  до  $\Pi_2$ .
- Побудувати точку на прямій за заданою умовою.
- Визначити взаємне розташування двох прямих.

### Прямі окремого положення

Прямі окремого положення поділяються на проекціюочі і прямі рівня.

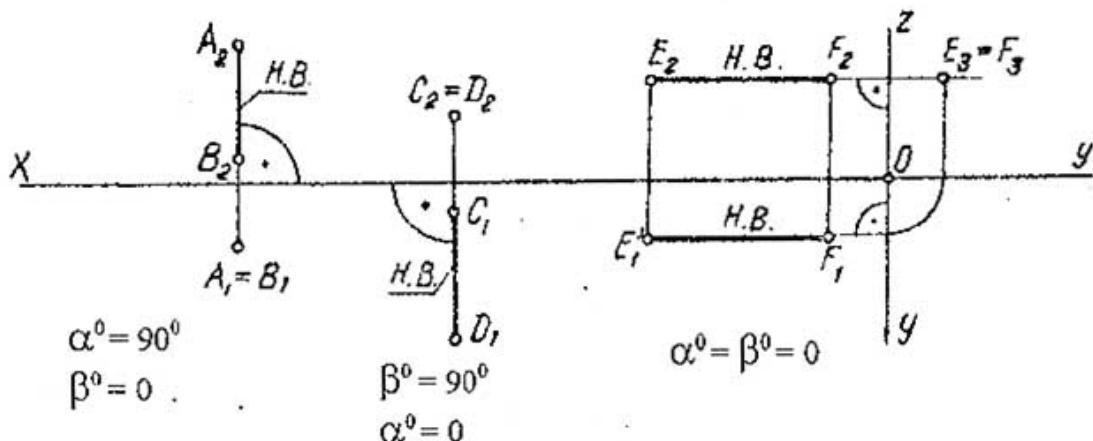


Рис.12

**Проекціюочі прямі** - прямі, перпендикулярні до однієї з площин проекцій. Пряма  $AB \perp \Pi_1$  - горизонтально-проекціюча, пряма  $CD \perp \Pi_2$  - фронтально-проекціюча, пряма  $EF \perp \Pi_3$  - профільно-проекціюча (рис. 12).

**Прямі рівня** - прямі, паралельні одній з площин проекцій (рис. 13). Пряма  $AB$  (або  $h$ )  $\parallel \Pi_1$  - горизонтальна пряма, або скорочено **горизонталь**, пряма  $CD$  (або  $f$ )  $\parallel \Pi_2$  - фронтальна пряма, або скорочено **фронталь**, пряма  $EF \parallel \Pi_3$  - **профільна пряма**.

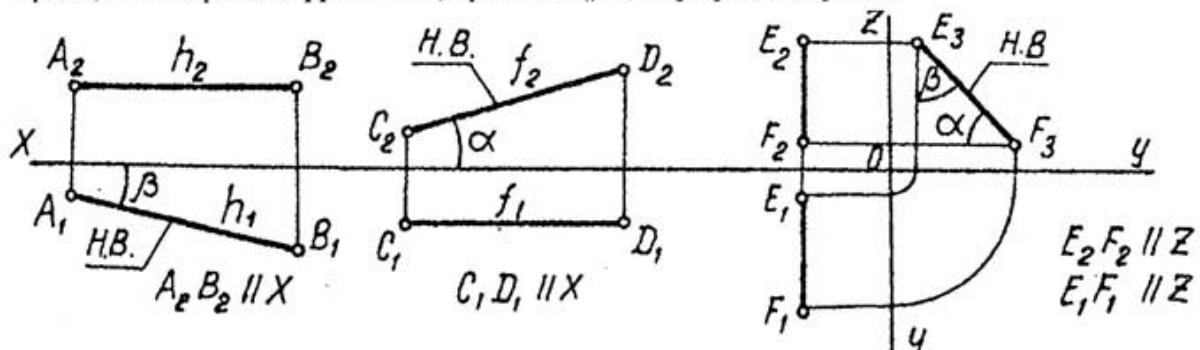


Рис. 13

Для визначення довжини відрізка  $AB$  прямої **загального положення** і кутів  $\alpha^0$  і  $\beta^0$ , які вона утворює з площинами проекцій  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ , будують допоміжні проекції  $A_4B_4$  і  $A_5B_5$  прямої на площинах  $\Pi_4$  і  $\Pi_5$ , паралельних прямій  $AB$  і перпендикулярних відповідно до площин  $\Pi_1$ ;  $\Pi_2$  (рис. 14).

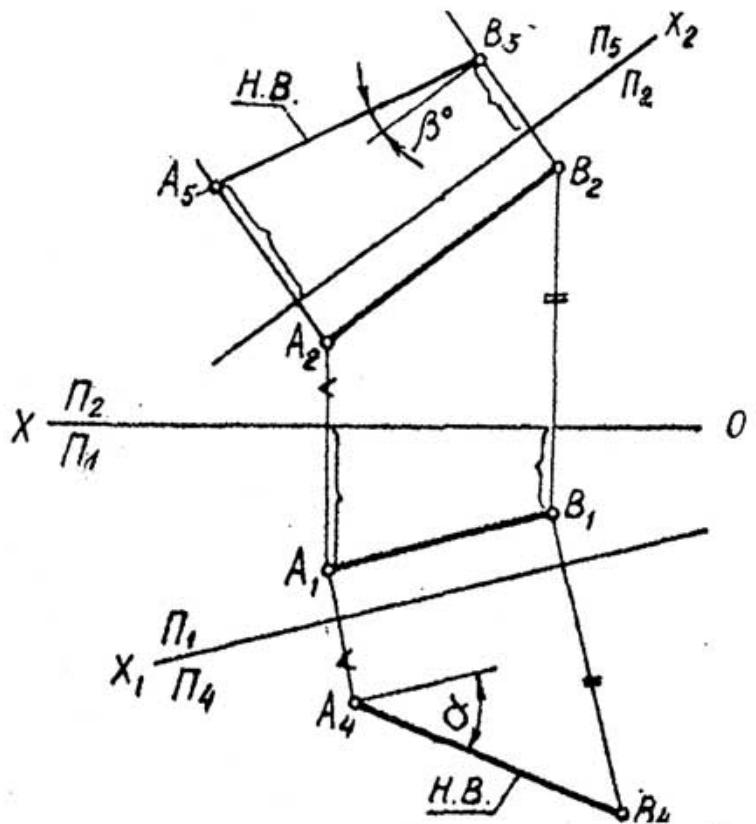


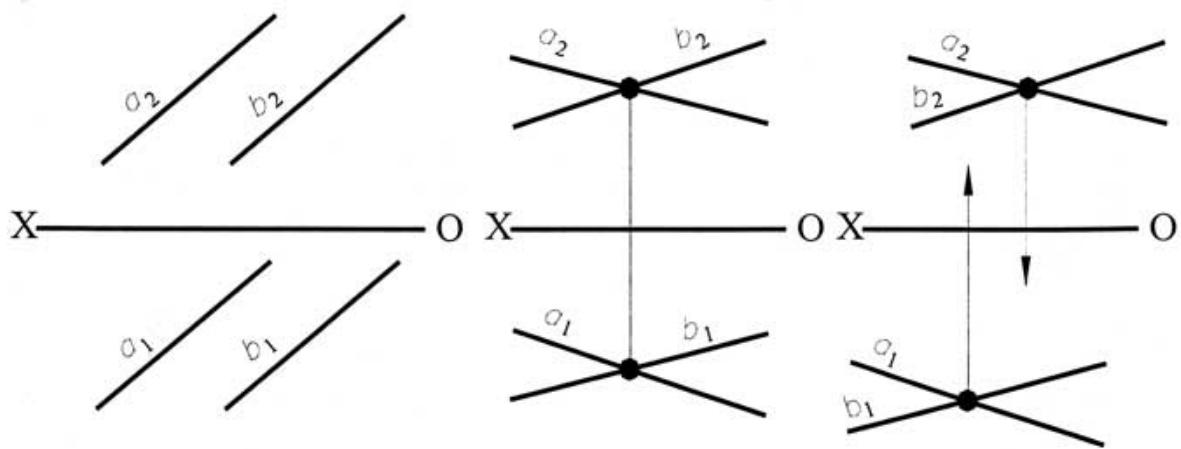
Рис. 14

#### Взаємне положення двох прямих

Якщо дві прямі **паралельні** у просторі, їх відповідні проекції також паралельні.

Якщо дві прямі **перетинаються**, їх проекції також перетинаються. Точки перетину проекцій прямих розташовані на спільній лінії зв'язку.

Якщо прямі **мимобіжні**, їх проекції можуть перетинатися, але точки перетину проекцій прямих не лежать у проекційному зв'язку.



Паралельні прямі

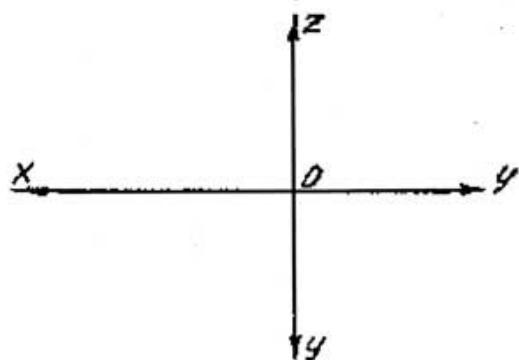
Прямі, що перетинаються

Мимобіжні прямі

## ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

1. Побудуйте комплексні рисунки точок  $A(30, 20, 5)$ ;  $B(10, 0, 30)$  і проекції прямої, яка проходить через ці точки.

Запишіть, яке положення займає ця пряма в просторі.



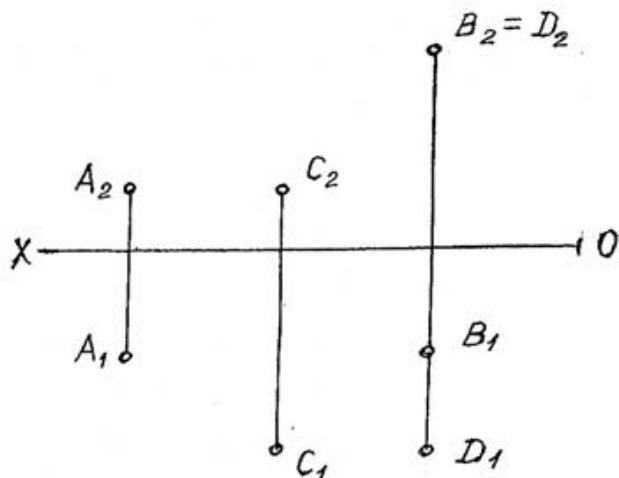
2. Виміряти координати точок  $A, B, C, D$  і записати їх визначники

$A( \quad )$ ;  $B( \quad )$ ;  
 $C( \quad )$ ;  $D( \quad )$ .

Визначте положення прямих  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$ ,  $BD$  відносно площин проекцій:

$AB$  -                   $AC$  -  
 $BC$  -                   $BD$  -

Визначте взаємне розташування прямих  $AC$  і  $BD$ :



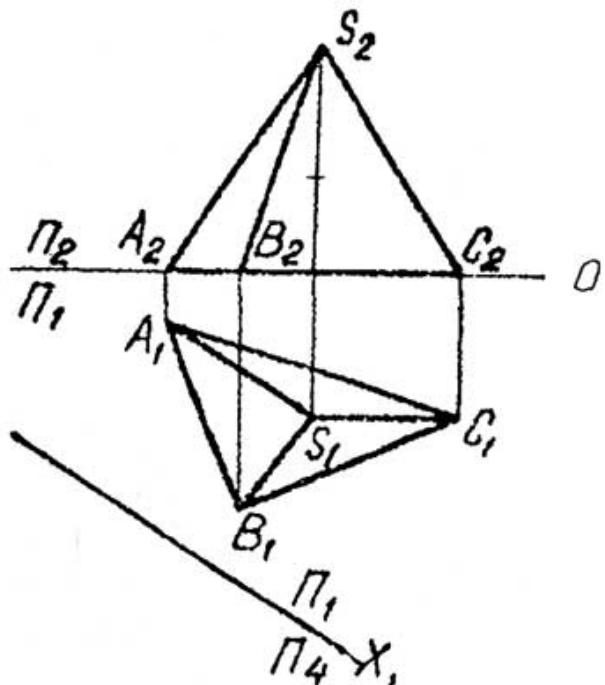
3. Виконайте перетворення проекцій піраміди для визначення натуральної величини ребра  $SA$  і кута нахилу його до площини проекцій  $\Pi_1$ .

$$\alpha =$$

Виміряйте натуральні величини ребер піраміди:

$$AB = \quad CA =$$

$$BC = \quad SA =$$





## АУДИТОРНІ ЗАВДАННЯ

4. Дано: пряма  $l(l_1, l_2)$ .

Побудуйте на прямій точки:

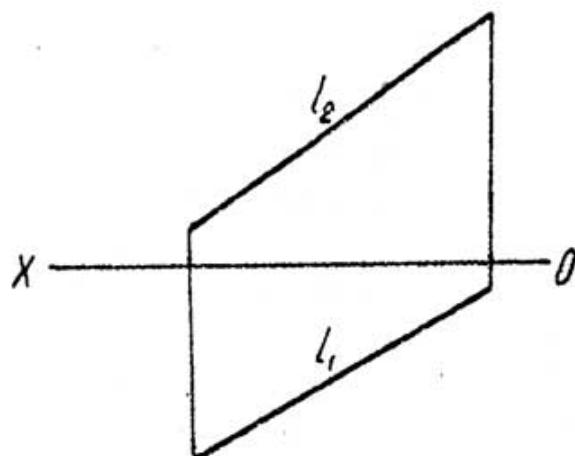
А з координатою  $Z = 25$ ;

В з координатою  $Z = 0$ ;

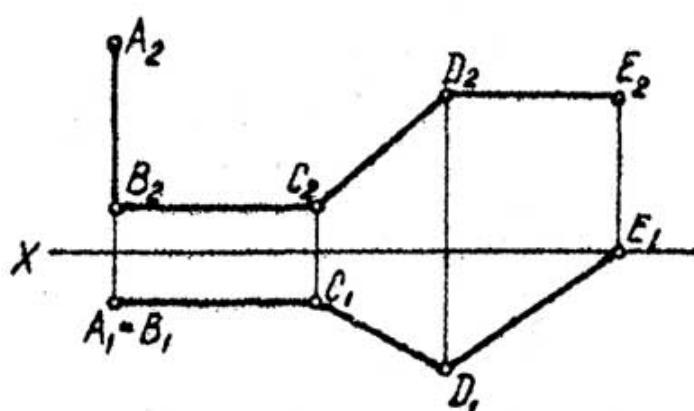
С з координатою  $Y = 20$ ;

Запишіть визначники точок

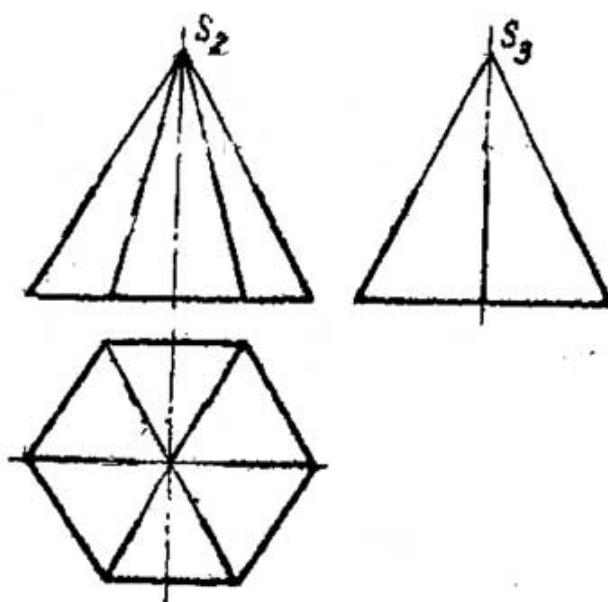
A \_\_\_\_\_  
B \_\_\_\_\_  
C \_\_\_\_\_



5. Дано: ламана лінія ABCDE. Знайти натуральну довжину ламаної лінії \_\_\_\_\_ мм.  
Побудуйте на CD точку К за умовою СК = 15 мм.



6. Побудувати зрізану піраміду так, щоб верхня основа ділила ребра повної піраміди у відношенні 2:3. Виміряти і записати довжину бічного ребра та ребра верхньої основи зрізаної піраміди.



# ПЛОЩИНА

## Проекціювання площини загального положення

Модель

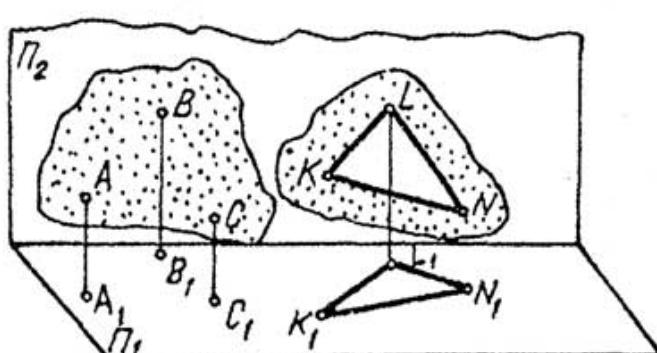


Рис. 15

Комплексний рисунок

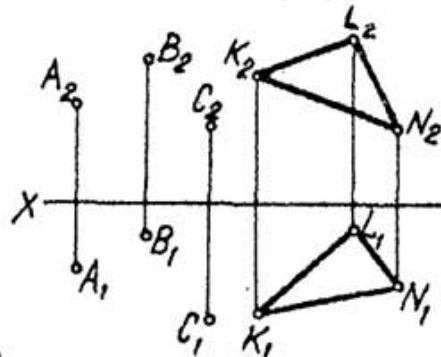


Рис. 16

Площина в просторі нескінчена. Проекцією площини в загальному випадку слід вважати все поле площини проекцій. **Визначник площини** - три точки, які не лежать на одній прямій:  $\Sigma(A, B, C)$  (рис. 15, 16).

Додаткові визначники площини – прямі, що перетинаються (рис. 17), паралельні прямі (рис. 18).

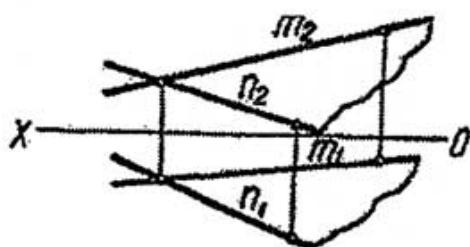


Рис. 17

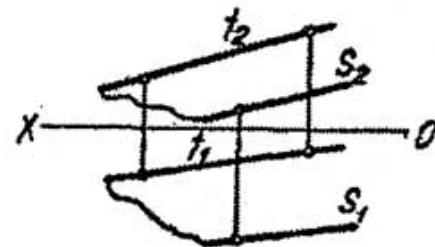


Рис. 18

### Умови належності прямих і точок площині

1. Пряма належить площині, якщо вона проведена через дві точки площини або проходить через одну її точку і паралельна іншій прямій, проведений на площині.

2. Точка належить площині, якщо вона лежить на прямій, що належить цій площині. Пряма  $a$  проведена через точки А і В площини (рис. 19); проекції  $a_1$  і  $a_2$  прямої  $a$  проведені через одноименні проекції  $A_1, B_1$  і  $A_2, B_2$  точок площини (рис. 20). За двома точками В і С побудована також пряма  $b$  ( $b_1, b_2$ ) площини. Пряма  $n$  проведена через точку С паралельно прямій  $a$  (рис. 19). Проекції  $n_1$  і  $n_2$  прямої  $n$  проведені через одноименні проекції  $C_1$  і  $C_2$  точки С паралельно проекціям  $a_1$  і  $a_2$  (рис. 20).

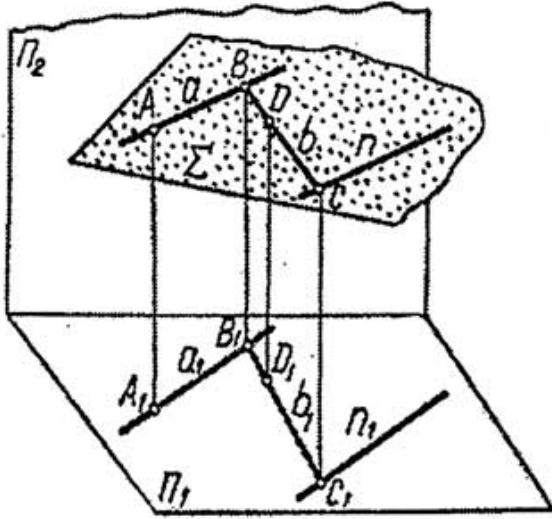


Рис. 19

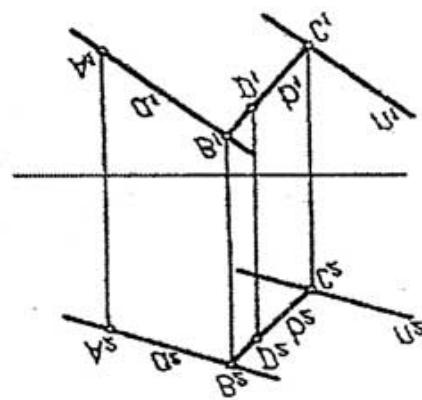


Рис. 20

### Лінії рівня в площині



Рис. 21



Рис. 22

Лінії рівня використовують для побудови точок і інших елементів в площині і для перетворення площини загального положення в площину окремого положення.

Горизонталі (фронталі) однієї площини паралельні між собою (рис.21, 22).

### Проекціювання площини окремого положення

Площини окремого положення поділяються на площини:

**проекцюочі** - перпендикулярні до однієї площини проекцій і похилі до другої;  
**рівня** - паралельні одній площині проекцій.

Лінія перетину площини окремого положення з площеиною проекцій називається **слідом-проекцією** площини. Слід-проекція повністю визначає площину. Належність точок і інших елементів площині окремого положення визначається належністю сліду-проекції однайменних проекцій цих елементів (рис.23).

Проекціюочі площини

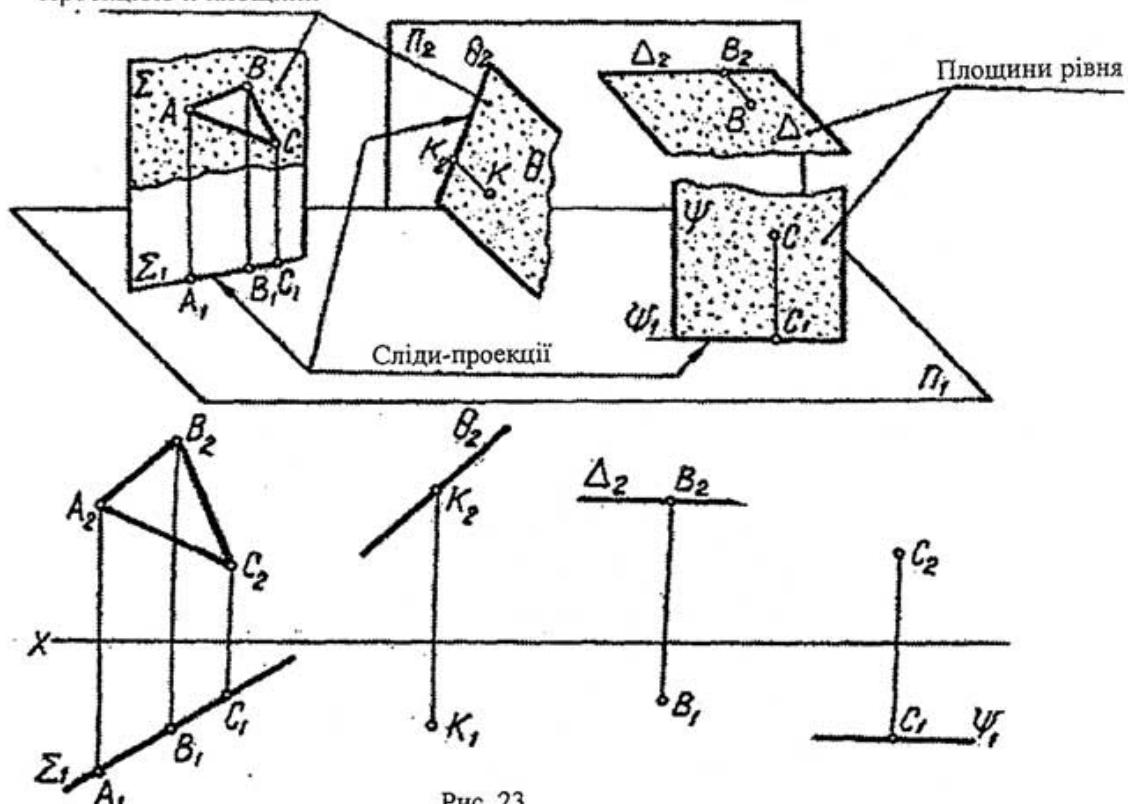


Рис. 23

### Перетворення площини

**Приклад 1.** Перетворити площину загального положення  $\Sigma$  ( $A, B, C$ ) в проекціюочі площини  $\Sigma$ . Алгоритм рішення:

1. Провести в площині  $\Sigma$  довільну горизонталь:  $h_2 \parallel OX$ ,  $h_1$  будується за двома точками (на рис.24 - за проекціями  $1_1, C_1$ ).

2. Систему площин проекцій  $\Pi_1/\Pi_2$  замінити новою  $\Pi_1/\Pi_4$ , в якій  $\Sigma \perp \Pi_4$ . Для цього достатньо, щоб горизонталь  $h$  площини була перпендикулярна до  $\Pi_4$ . Умова виконується, якщо  $X_1 \perp h_1$ .

На площині  $\Pi_4$  спочатку будують проекцію  $h_4 = C_4$  (точка) горизонталі  $h$ . Потім будують проекцію довільної точки площини  $\Sigma$  (на рис.24 - проекція  $B_4$  точки  $B$ ).

Слід-проекція  $\Sigma_4$  площини проводиться через проекції  $h_4$  і  $B_4$ . В даному перетворенні визначається кут  $\alpha^\circ$  нахилу площини  $\Sigma$  до площини проекцій  $\Pi_1$ . Це кут між слідом-проекцією площини  $\Sigma_4$  і віссю  $X_1$ .

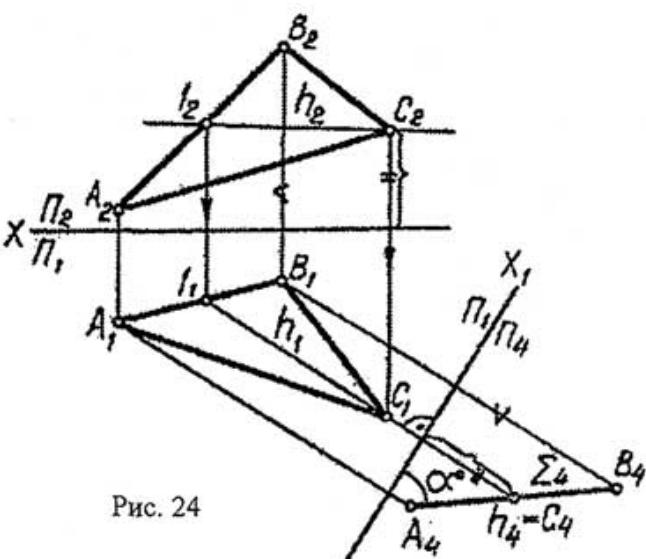


Рис. 24

**Приклад 2.** Перетворити площину загального положення  $\theta$  ( $\alpha \cap \beta$ ) в проекціюочу за допомогою фронталі  $f$  площини (рис.25). Алгоритм рішення:

1. Провести в площині  $\theta$  довільну фронталь  $f$ :  $f_1 \parallel OX$ ,  $f_2$  проводиться через проекції  $1_2$  і  $2_2$  точок  $1$  і  $2$  площини.

2. Замінити систему площин проекцій  $\Pi_1 / \Pi_2$  системою  $\Pi_2 / \Pi_4$ , в якій  $\theta \perp \Pi_4$ . Це забезпечується тим, що  $X_1 \perp f_2$ . На площині  $\Pi_4$  будують спочатку проекцію  $f_4$  фронталі  $f$ , яка буде точкою, потім - проекції довільної точки площини (на рис.25 -  $A_4$ ).

Слід-проекція  $\theta_4$  площини  $\theta$  проводиться через  $f_4$  і  $A_4$ . Кут  $\beta^\circ$  між слідом-проекцією  $\theta_4$  і віссю  $X_1$  є кутом нахилу площини  $\theta$  до площини проекцій  $\Pi_2$ .

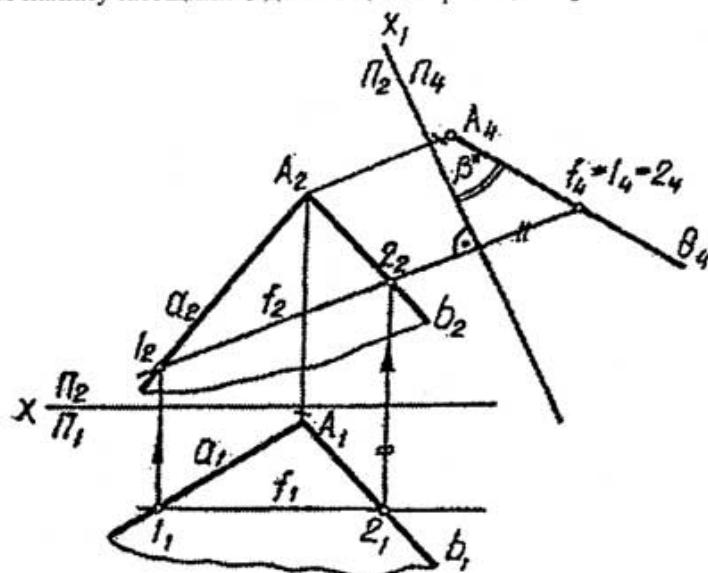


Рис.25

### Перетворення площини загального положення в площину рівня

Цим перетворенням користуються для визначення натуральної величини плоскої фігури, наприклад трикутника ABC (рис.26). Спочатку від системи площин проекцій  $\Pi_1 / \Pi_2$  переходят до системи  $\Pi_1 / \Pi_4$ , в якій площа трикутника ABC перпендикулярна до  $\Pi_4$  ( $X_1 \perp h_1$ ), і будують її слід-проекцію  $A_4 B_4 C_4$ . Потім систему проекцій  $\Pi_1 / \Pi_4$  замінюють системою  $\Pi_4 / \Pi_5$ , в якій площа  $\Pi_5$  паралельна площині трикутника. Для цього проводять нову вісь проекцій  $X_2 \parallel A_4 B_4 C_4$ .

Будують проекції  $A_5 B_5 C_5$  на площині  $\Pi_5$ . Сполучають побудовані проекції точок прямими в трикутник, який і буде шуканою натуральною величиною оригіналу ABC.

### Побудова ліній перетину площини загального положення з площиною окремого положення

Лінія перетину площин проводиться через дві точки 1 і 2, які одночасно належать заданим площинам  $\Sigma$  і  $\theta$  (рис.27).

Одна проекція лінії перетину завжди співпадає із слідом-проекцією площини окремого положення ( $l_1 = \Sigma_1$ ).

Задача зводиться до побудови відсутньої проекції лінії перетину за умовою належності її точок 1 і 2 площині загального положення (див. рис.27).

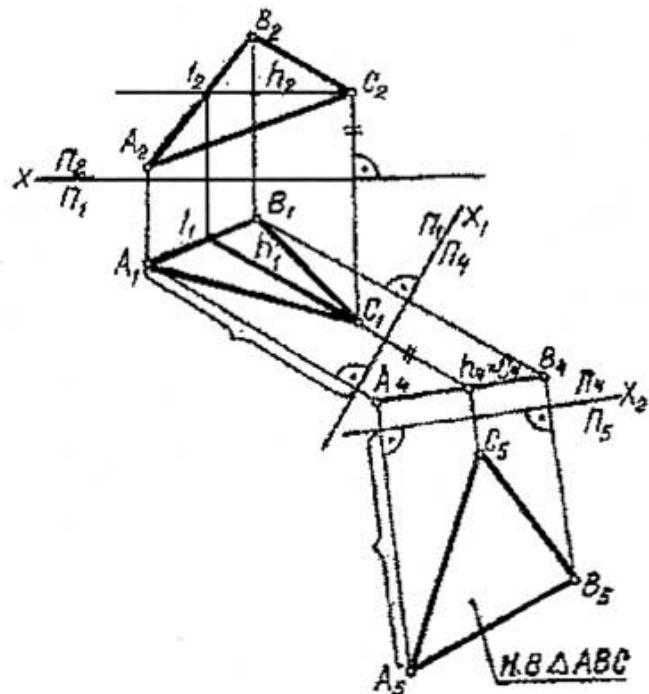


Рис.26

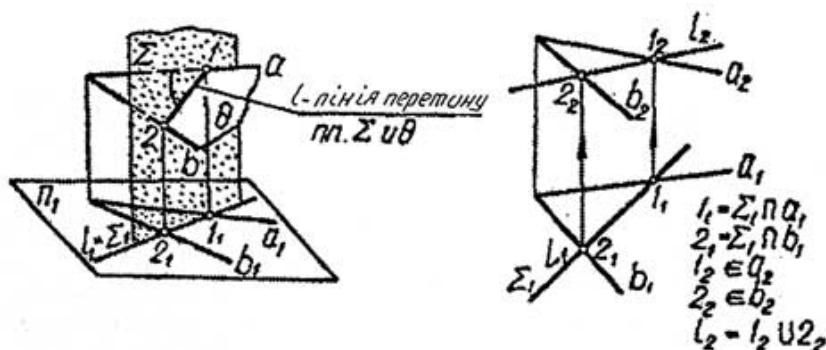


Рис. 27

Якщо слід-проекція площини окремого положення паралельна якій-небудь прямій площини, то лінія перетину  $l$  ( $l_1, l_2$ ) буде паралельна цій прямій (рис. 28) :

$\theta_2 \parallel f_2$  ( в просторі  $\theta \parallel f$  ),  $l \parallel f$ , отже  $l_1 \parallel f_1$ ,  $l_2 \parallel f_2$  .

Лінія перетину будеться за точкою 1( $l_1, l_2$ ) і напрямом  $f$ .

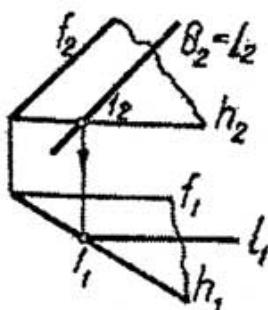


Рис. 28

### Проекціювання кола

Проекціями кола можуть бути коло, пряма, еліпс. Для побудови еліпса досить побудувати проекції двох взаємно перпендикулярних діаметрів кола, які називаються спряженими. Якщо коло лежить у проекцюючій площині, один з діаметрів (AB) вибирають паралельним, а другий (CD) - перпендикулярним тій площині проекцій, до якої площаина кола перпендикулярна. Тоді на другу площину проекцій спряжені діаметри проекуються у вигляді осей еліпса (рис.29,б). Велика вісь еліпса  $C_2D_2$  за розміром дорівнює діаметру  $d$  кола, а розмір малої осі  $A_2B_2$  визначається за проекційним зв'язком.

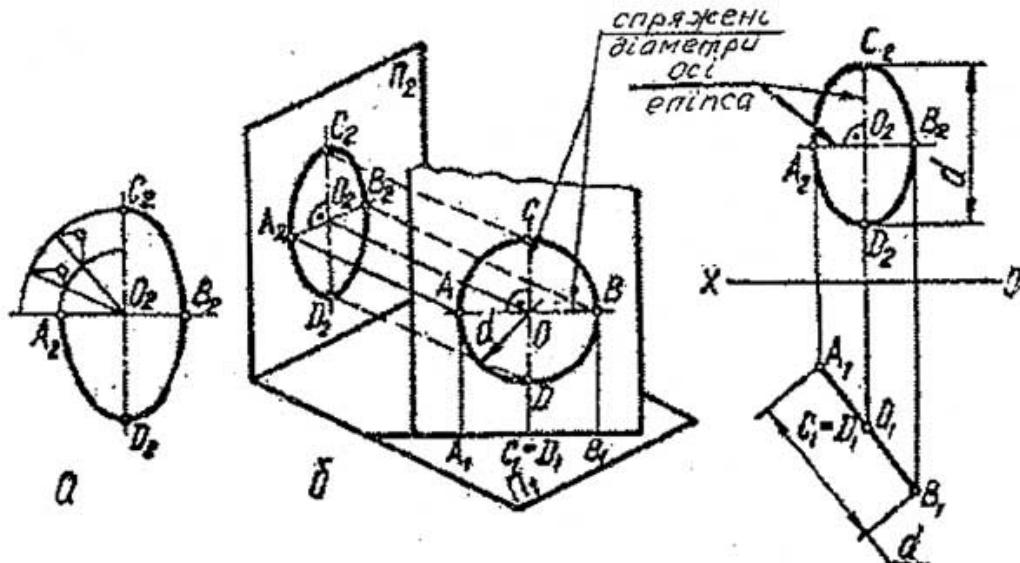


Рис. 29

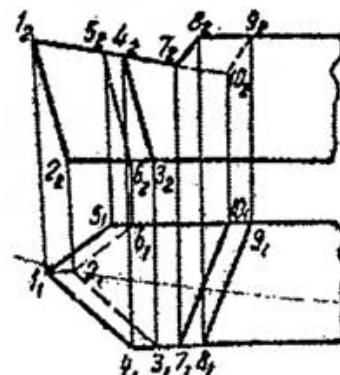
Побудова проміжних точок еліпса за розмірами його осей показана на рис. 29,а.

Якщо коло лежить у площині загального положення, фронтальна проекція великої осі еліпса паралельна фронтальній проекції фронталі площини кола, а горизонтальна проекція великої осі еліпса паралельна горизонтальній проекції горизонталі цієї площини (див. ст. 52).

### ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

7. Визначить кількість граней у різця:

Горизонтально - проекцюючих	
Фронтально - проекцюючих	
Горизонтальних	
Фронтальних	
Загального положення	



8. Виконайте перетворення проекцій  $\Delta ABC$ , замінивши систему площин проекцій  $X (\Pi_1 / \Pi_2)$  на  $X_1 (\Pi_1 / \Pi_4)$  і запишіть значення кута трикутника при вершині  $B$ :

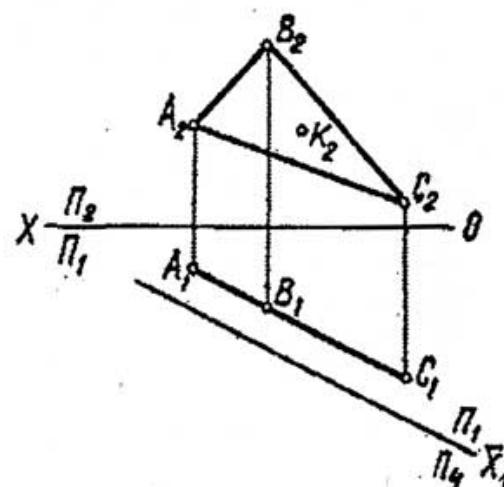
$$\angle B =$$

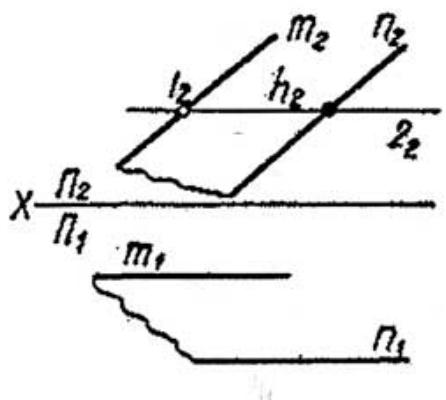
Визначить координати точки  $K \in \Sigma (\Delta ABC)$  в міліметрах:

$$X =$$

$$Y =$$

$$Z =$$



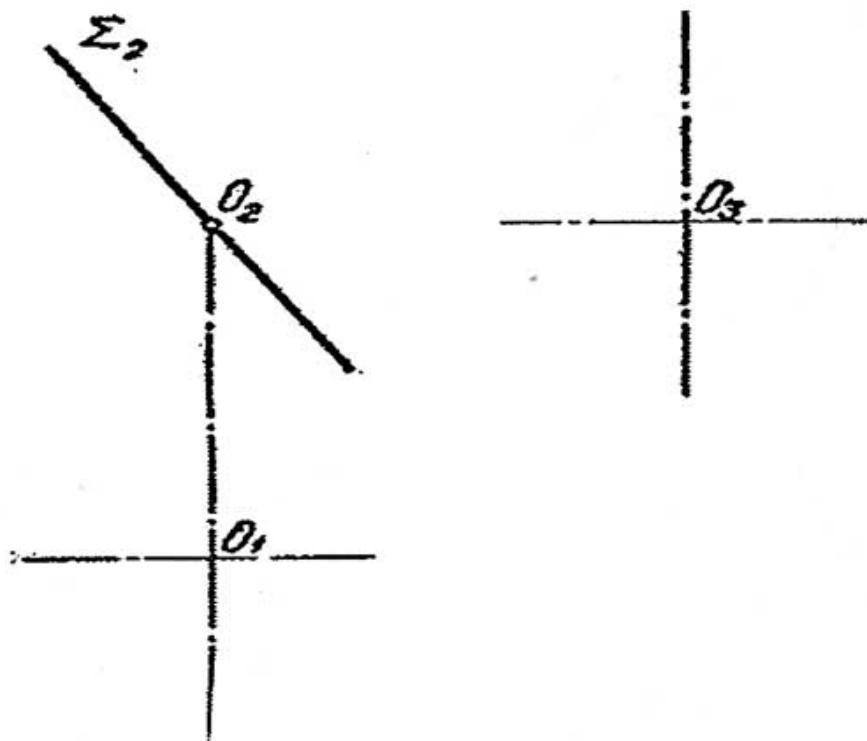


9. Побудуйте горизонтальну проекцію прямої  $h \subset \Theta$  ( $m \parallel n$ ). Виконайте перетворення площини  $\Theta$  на проекціюочу за допомогою горизонталі  $h$  і запишіть значення кута нахилу площини  $\Theta$  до площини проекцій  $\Pi_1$ :

$$\alpha^0 =$$

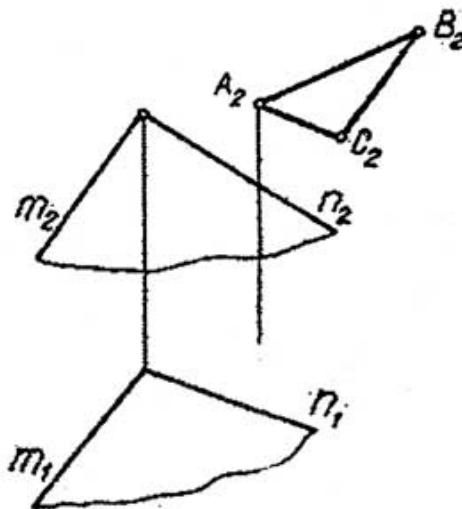
44

10. Побудуйте проекції кола, розташованого в площині  $\Sigma(\Sigma_2) \perp \Pi_2$ . Центр кола  $O(O_1, O_2, O_3)$ , діаметр кола – 40 мм. Позначте кінцеві точки спряжених діаметрів, які проекціюються в осі еліпсів.

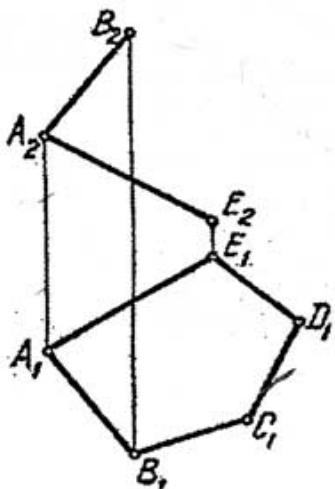


## АУДИТОРНІ ЗАВДАННЯ

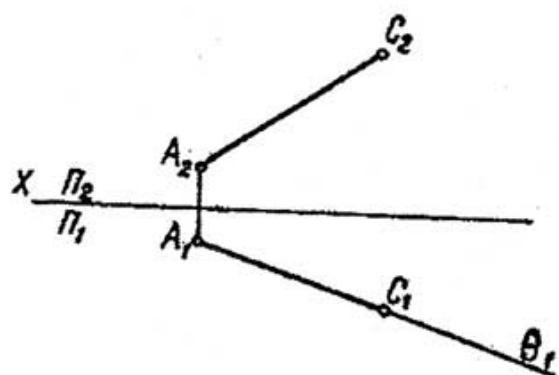
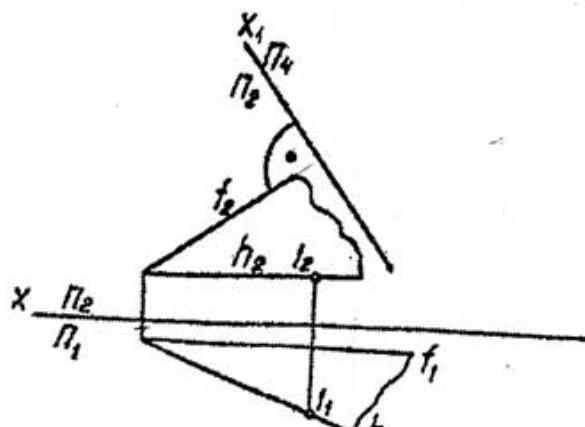
11. а) Побудуйте проекцію  $A_1B_1C_1$  трикутника, розташованого в площині  $\Sigma$  ( $m \cap n$ ).



б) Добудуйте фронтальну проекцію плоского п'ятикутника ABCDE.



12. Визначте Н.В. кута між прямими  $h$  і  $f$ .



13. Дано: діагональ  $AC$  ( $A_1C_1, A_2C_2$ ) квадрата  $ABCD$ , розташованого в горизонтально-проекціючій площині  $\Theta$  ( $\theta_1 \perp \Pi_1$ ). Побудуйте проекції квадрата.

## ПОВЕРХНІ

В нарисній геометрії поверхня розглядається як утворена безперервним рухом лінії за певним законом. Лінія, що утворює поверхню, називається твірною. Закон руху твірної визначається напрямнimi елементами і положенням твірної відносно цих елементів у будь-який момент руху.

Визначником поверхні є сукупність всіх умов, що визначають поверхню. Визначник складається з двох частин: геометричної і алгоритмічної (або кінематичного закону).

Геометрична частина визначника - сукупність геометричних елементів (твірна, напрямні елементи), що визначають поверхню. Алгоритмічна частина - закон, який дозволяє в будь-який момент руху твірної з'ясувати її положення і форму.

Наприклад, конічна поверхня (рис. 30) утворена рухом прямої лінії  $l$ , яка в кожний момент руху перетинає напрямну лінію  $m$  і проходить через точку  $S$ .

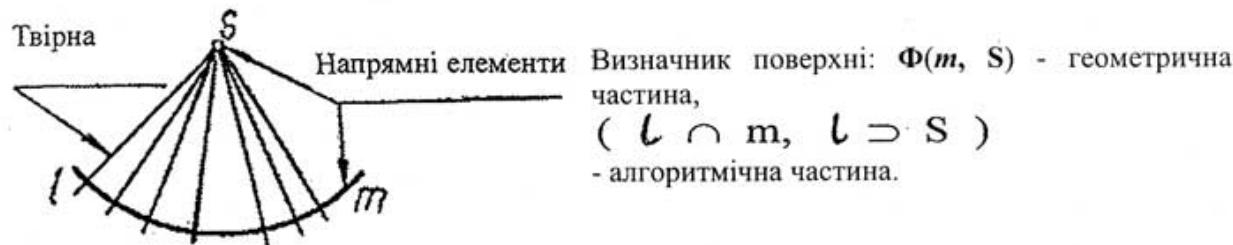


Рис. 30

Зображення поверхні рекомендується виконувати в такій послідовності:

- зобразити напрямні елементи (рис. 31);
- зобразити обрисні твірні поверхні (рис. 32)

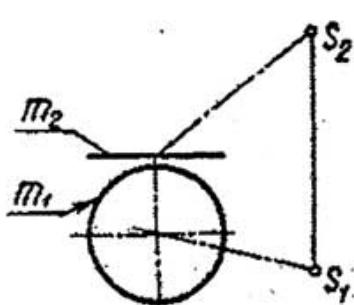


Рис. 31

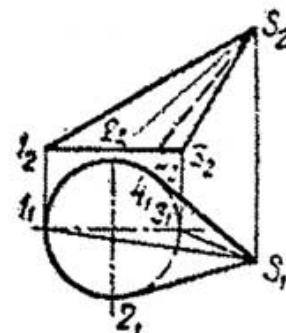


Рис. 32

**Правило належності точки до поверхні:** точка належить поверхні, якщо її проекції лежать на одніменних проекціях лінії, яка належить поверхні (на рис. 33 точка  $5 \in m$ ; точка  $K \in SS$ ).

### Деякі класи поверхонь

**Лінійчасті поверхні** можуть бути утворені рухом прямої лінії. Лінійчасті поверхні, у яких твірні паралельні або перетинаються, є розгортними. (рис. 34).

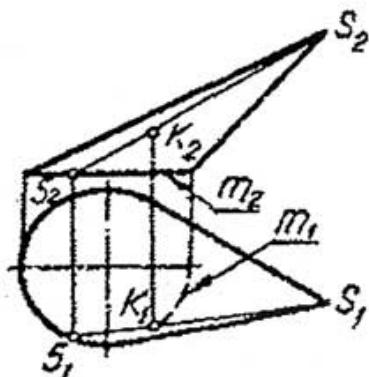
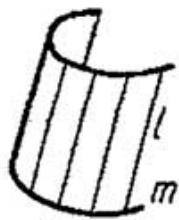
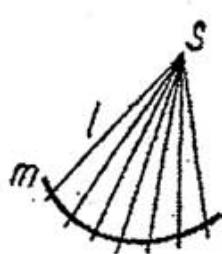


Рис. 33

Циліндрична



Конічна



Торсична

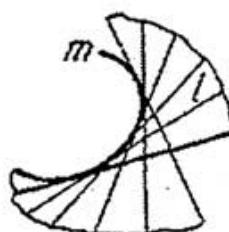
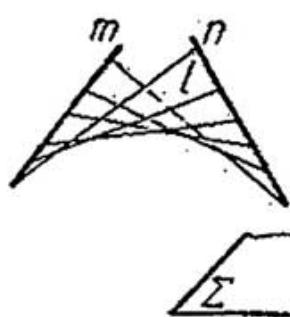


Рис. 34

Лінійчасті поверхні, у яких твірні - мимобіжні прямі, називаються нерозгортними, або косими (рис. 35).

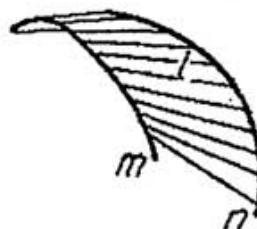
Коса площа



Коноїд



Циліндроїд



$l$  - пряма паралельна площині  $\Sigma$  (площина паралелізму) і перетинає  $m$  і  $n$

Рис. 35

**Поверхні обертання** можуть бути утворені рухом обертання довільної лінії (твірної) навколо осі обертання. В залежності від типу твірної і її положення відносно осі обертання можна отримати такі поверхні:

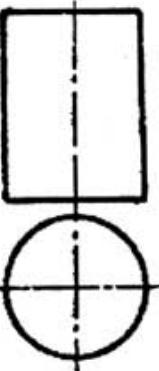
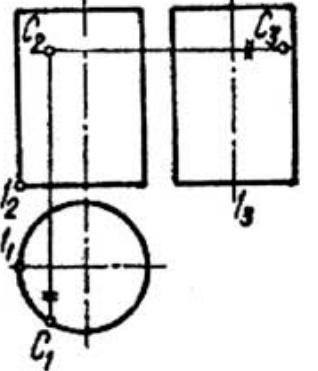
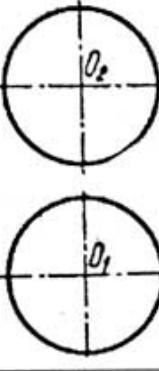
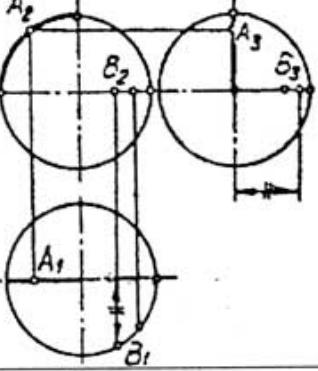
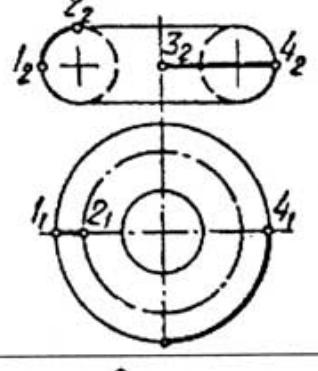
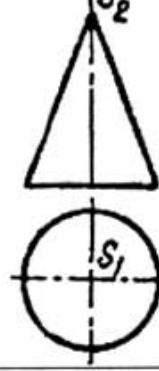
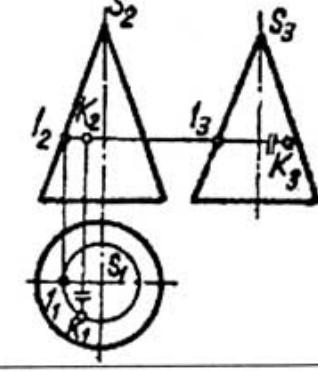
- твірна – пряма лінія, паралельна до осі обертання – циліндр обертання,
- твірна – пряма лінія, що перетинає вісь обертання – конус обертання,
- твірна – пряма лінія, мимобіжна до осі обертання – гіперболоїд обертання,
- твірна – коло, центр якого лежить на осі обертання – сферична поверхня,
- твірна – коло, центр якого не лежить на осі обертання – тороїдальна поверхня і т. д.

**Поверхні гвинтові** – утворюються при гвинтовому русі твірної навколо осі.

Приклади деяких поверхонь обертання наведені в таблиці 2.

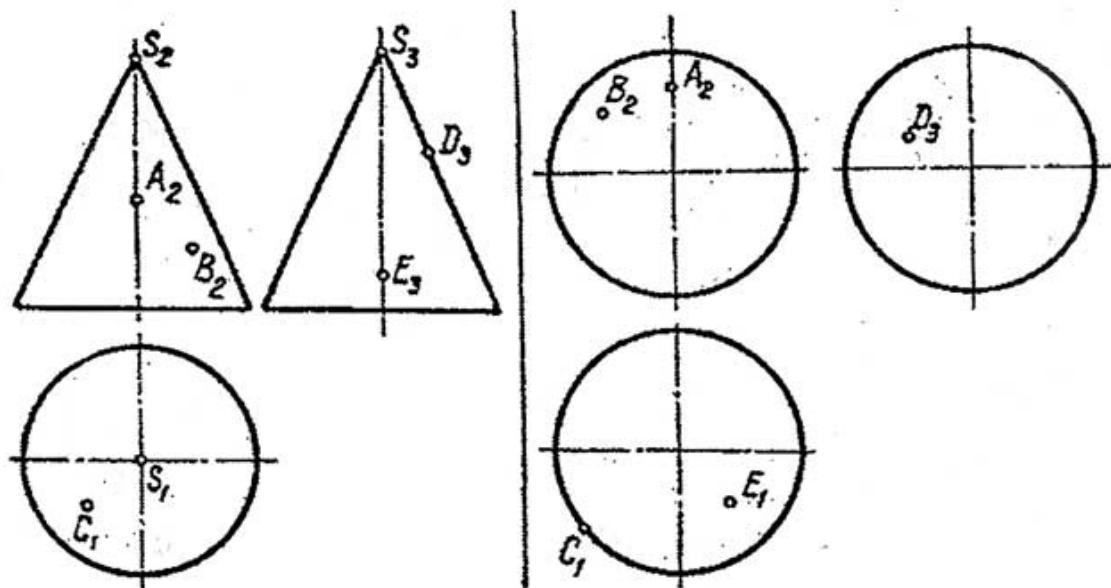
**Поверхні, найбільш вживані в техніці, приведені в таблиці 2.**

Табл.2

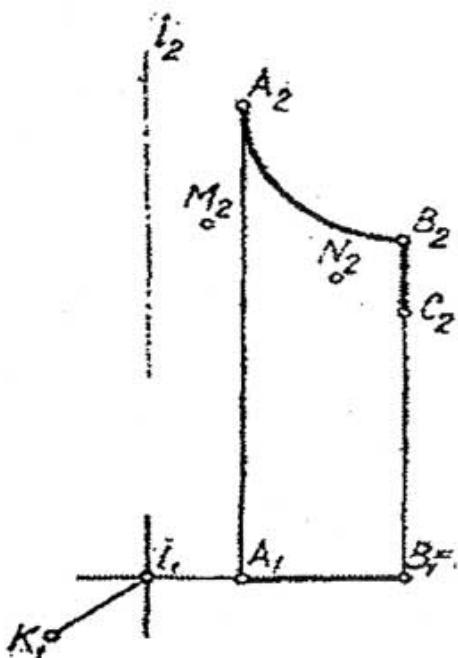
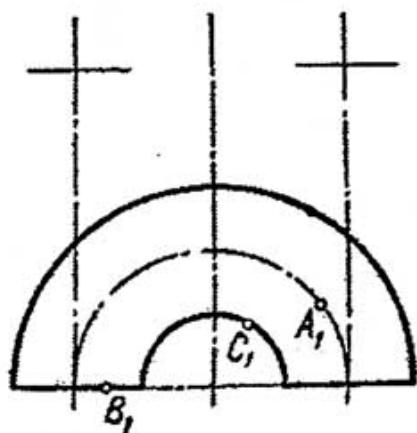
Назва і наочне зображення. Визначник поверхні.	Зображення обрису поверхні	Побудова точок на поверхні	Приклади використання поверхні в техніці
1	2	3	4
Циліндр обертання $\Sigma(l,i)$ $i$ – вісь обертання $l \parallel i$			Вали, осі, втулки, пружини, трубопроводи, тощо.
Сфера $\theta(M,O,R)$ $MO=R$			Шарикопідшипники, рукоятки, тощо
Тор $i$ – вісь обертання $l$ – коло			Кільця ланцюга, шини, камери коліс, обриси маховиків
Конус обертання $\Delta(l,i)$ $i$ – вісь обертання $l \cap i$			Центри токарних верстатів, пробки, фаски, тощо

## ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

14. Побудуйте відсутні проекції точок, які лежать на поверхнях. Точки вважати видимими на тих зображеннях, де задані їхні проекції.



15. Побудуйте фронтальну проекцію половини тора і відсутні проекції  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  точок  $A$ ,  $B$ ,  $C$  поверхні тора, які видимі на горизонтальній проекції.



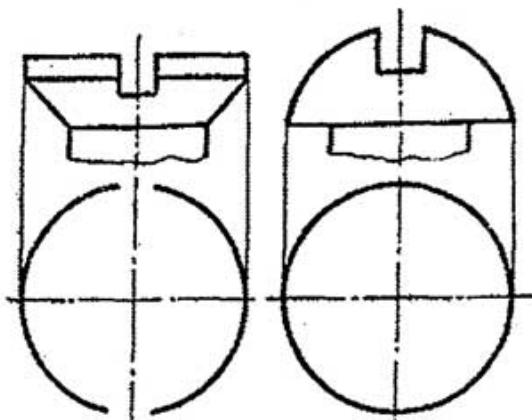
## АУДИТОРНІ ЗАВДАННЯ

16. Дано: твірна  $ABC$  ( $A_1B_1C_1$ ,  $A_2B_2C_2$ ) поверхні обертання. Побудуйте:

- 1) обрис поверхні обертання;
  - 2) відсутні проекції точок  $N$ ,  $M$ ,  $K$ , які належать видимим частинам поверхні;
  - 3) визначить радіус паралелі, якій належить точка  $M$  ( $M_1$ ,  $M_2$ ).
- $R_M =$

17. Дано: зображення головок крипільних гвинтів.

Побудуйте горизонтальні проекції шліців.



## АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

Аксонометричні проекції дозволяють одержати більш наочне зображення предмета ніж його зображення в системі ортогональних проекцій.

Суть аксонометричного проекціювання полягає в тому, що предмет разом із системою ортогональних координат, до якої він віднесений, паралельно проекціють на вибрану площину  $\Pi'$  аксонометричних проекцій.

Напрям проекціювання не співпадає за напрямком з жодною із осей координат.

На рис.36 дано схему проекціювання точки  $A$  на площину  $\Pi'$ . Напрям проекціювання показаний стрілкою  $S$ . Оси  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  ортогональної системи координат проекціються на  $\Pi'$  в осі аксонометричної системи  $O'X'$ ,  $O'Y'$ ,  $O'Z'$ . Точка  $A'$  - аксонометрична проекція точки  $A$ , точка  $A'_1$  - вторинна проекція точки  $A$ . Залежно від напрямку проекціювання відрізки  $O'A_x' = X'$ ;  $O'A_y' = Y'$ ;  $O'A_z' = Z'$  на аксонометрических осях будуть менші або більші від натуральних відрізків

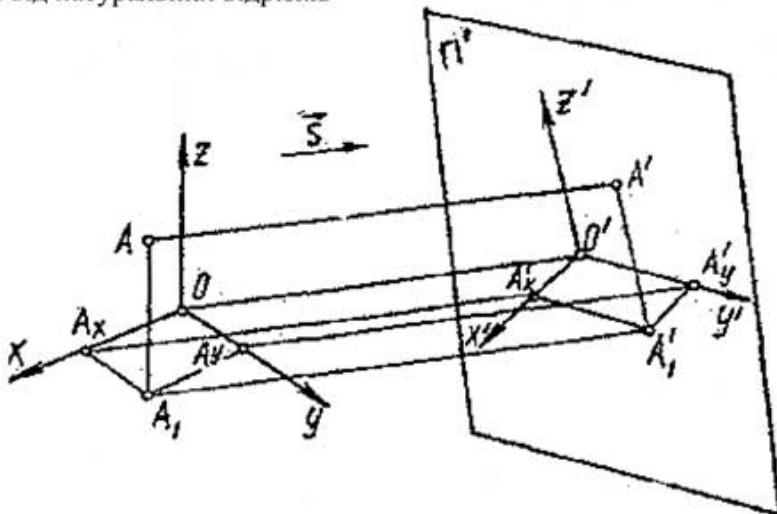


Рис. 36

$OA_x = X$ ;  $OA_y = Y$ ;  $OA_z = Z$ . Відношення довжини аксонометричної проекції відрізка координатної осі до довжини самого відрізка цієї осі називається коефіцієнтом (показником) спотворення.

$$\frac{O'A_x'}{OA_x} = \frac{X'}{X} = p \quad \frac{O'A_y'}{OA_y} = \frac{Y'}{Y} = q \quad \frac{A'A_1'}{AA_1} = \frac{Z'}{Z} = r$$

Отже, аксонометричні координати точки обчислюються за формулами:

$X' = Xp$ ;  $Y' = Yq$ ;  $Z' = Zr$ , де  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  - ортогональні координати точки. Якщо напрямок  $S$  проекціювання перпендикулярний до площини  $\Pi'$ , то аксонометрична проекція називається прямокутною, в протилежному разі - косокутною. Показники спотворення зв'язані співвідношеннями:

в прямокутній аксонометрії  $- p^2 + q^2 + r^2 = 2$ ;

в косокутній аксонометрії  $- p^2 + q^2 + r^2 = 2 + \operatorname{ctg}^2 \phi$ , де  $\phi$  - кут між напрямком проекціювання і площею проекції  $\Pi'$ .

Стандартом передбачено використання п'яти видів аксонометрії.

### 1. Прямокутна ізометрія (рис. 37).

В прямокутній ізометрії коефіцієнти спотворення по всіх трьох осях однакові:  $p = q = r = 1$ . Підставляючи ці коефіцієнти в формулу  $p^2 + q^2 + r^2 = 2$ , одержимо

$p = q = r = 0,82$  і, отже,

$X' = 0,82X$ ,

$Y' = 0,82Y$ ,

$Z' = 0,82Z$ .

Для спрощення побудов в ізометрії користуються коефіцієнтами спотворення рівними одиниці:  $p = q = r = 1$ , які називають приведеними. В результаті одержують дещо збільшене зображення, що не псує наочності. Це збільшення становить  $1/0,82 = 1,22$  рази.

Рис.37

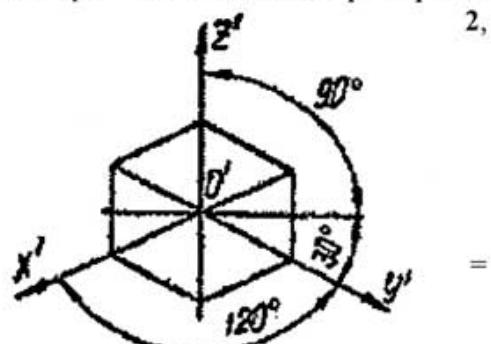
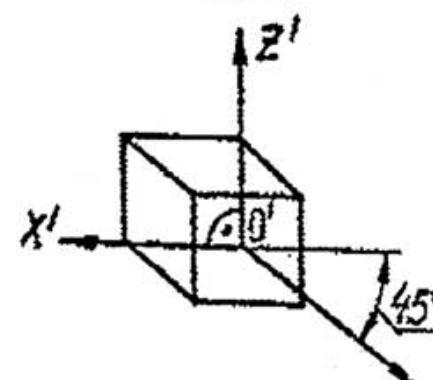


Рис.37

### 2. Косокутна (фронтальна) диметрія (рис. 38).

Косокутну фронтальну диметрію одержують паралельним проекціюванням на площину  $\Pi'$ , паралельну координатній площині  $XOZ$ . Отже, кут між осями  $O'X'$  і  $O'Z'$  дорівнює  $90^\circ$  і  $p = r = 1$ . Коефіцієнт спотворення  $q$  вибирають рівним  $q = 0,5$ . Фігури, площини яких паралельні площині  $XOZ$ , зображуються у фронтальній диметрії без спотворення.



$$p = r = 1 \quad q = 0,5$$

Рис. 38

На рис.39 показані горизонтальна і фронтальна ізометрії, на рис.40 - прямокутна диметрія.

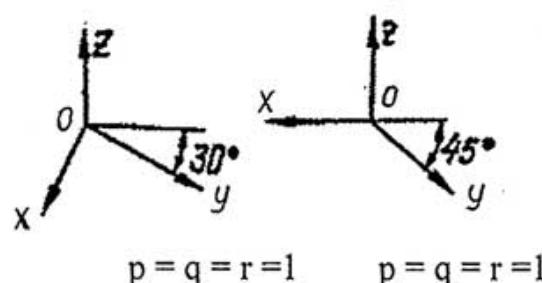


Рис. 39

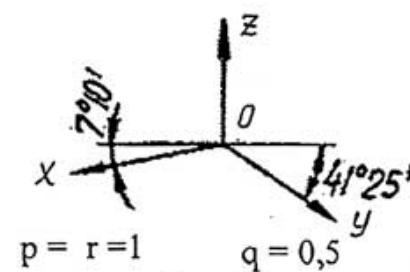


Рис. 40

### Зображення кола в прямокутній ізометрії

Аксонометрична проекція кола - еліпс. Якщо коло лежить в координатній площині (або її паралельній), мала вісь еліпса паралельна координатній осі, відсутній в площині кола, і дорівнює  $0,7D$ , де  $D$  - діаметр кола. Велика вісь еліпса перпендикулярна до малої і дорівнює  $1,22D$ . На кресленнях еліпси замінюють овалами. Їх побудову наведено на рис.41.

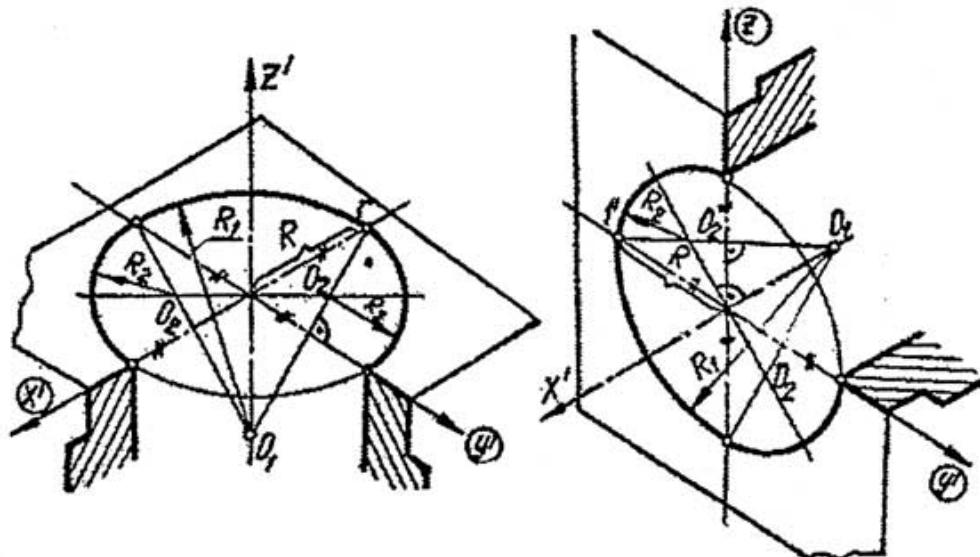


Рис. 41

### Зображення кола в косокутній фронтальній диметрії

Коло, яке лежить у площині  $X0Z$  (або її паралельній), зображується без спотворення, тобто колом. Кола, які лежать в площині  $X0Y$  і  $Y0Z$ , зображують у вигляді еліпсів, великі осі яких дорівнюють  $1,07D$ , а малі -  $0,33D$ . Побудову овалів, які на кресленнях замінюють еліпси, дано на рис.42.

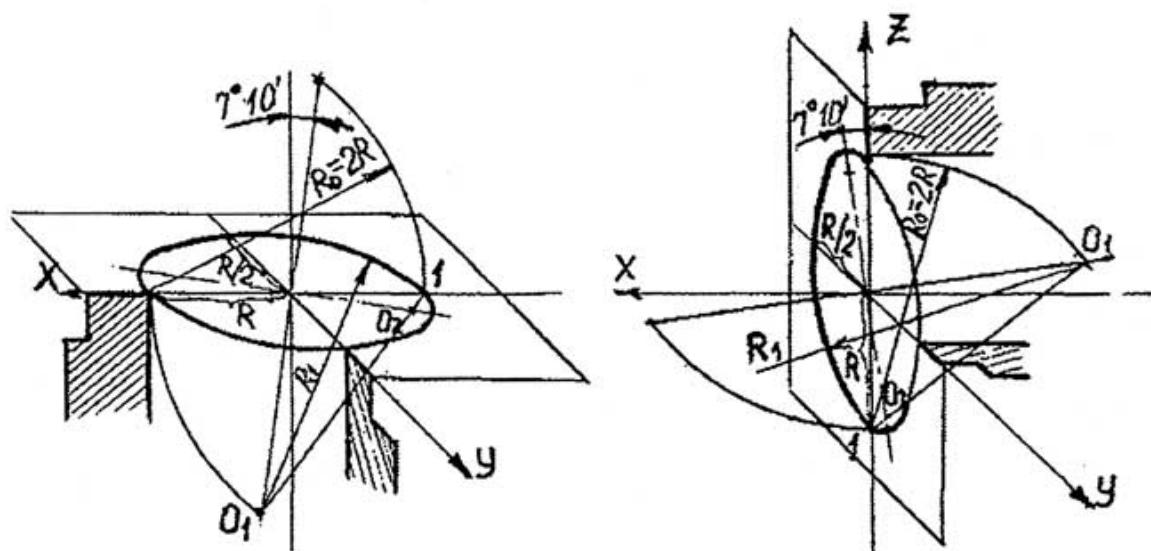
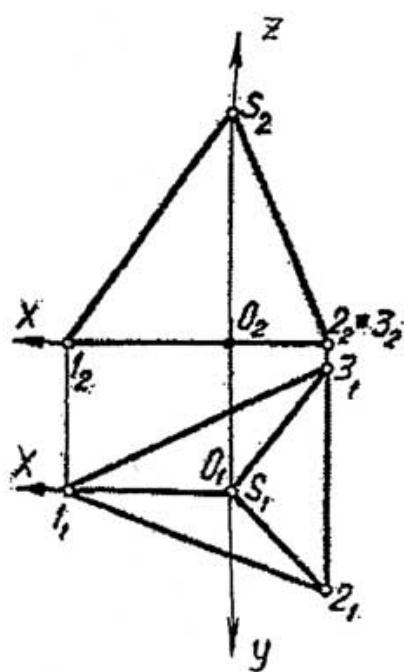


Рис. 42

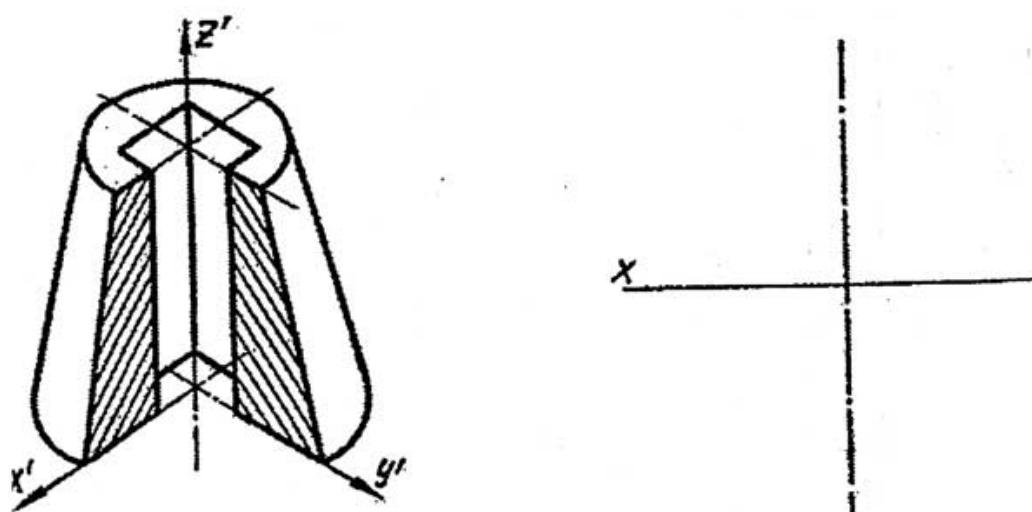
## ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

**18.** Дано: комплексний рисунок піраміди. Побудуйте аксонометричне зображення піраміди в прямокутній ізометрії. Коефіцієнти спотворення взяти приведені.



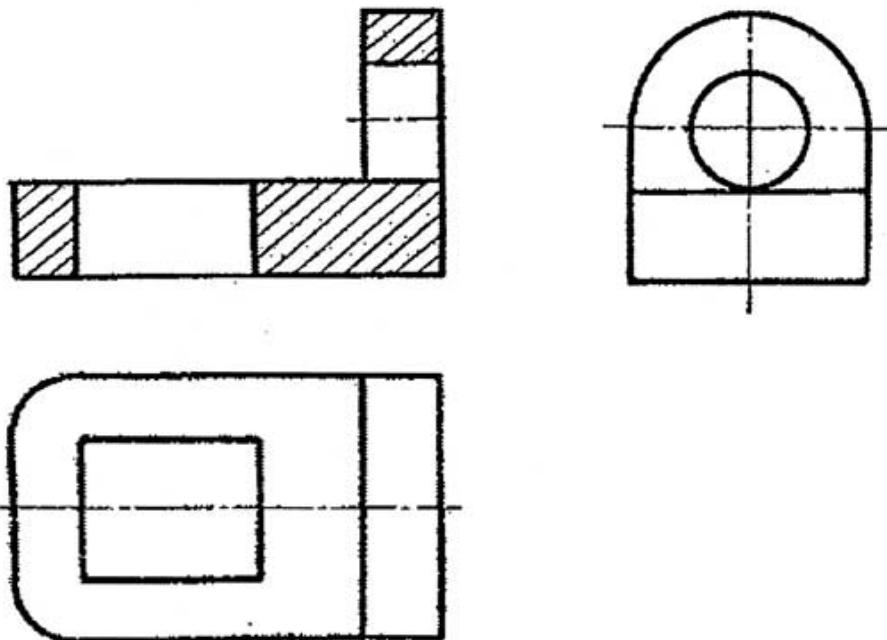
**19.** Дано: аксонометричне зображення зрізаного конуса з призматичним отвором. Побудуйте комплексний рисунок зображеного тіла у двох проекціях.

Виконайте необхідний розріз в поєднанні з виглядом, проставте розміри. Коефіцієнти спотворення - приведені.

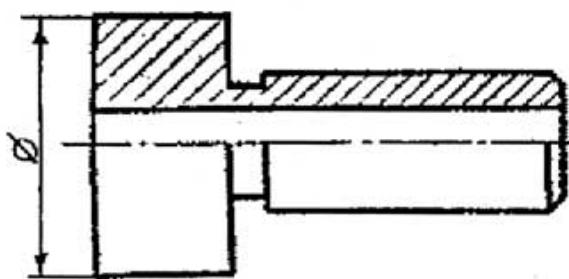


## АУДИТОРНІ ЗАВДАННЯ

20. Дано: рисунок моделі. Побудуйте аксонометричний рисунок моделі в прямокутній ізометрії.



21. Дано: рисунок моделі. Побудуйте аксонометричний рисунок моделі у фронтальній диметрії.



## ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ З ПЛОЩИНОЮ. ПОБУДОВА РОЗГОРТОК

Перетин поверхні з площинами визначає плоску лінію (лінію перерізу), форма якої залежить від форми і взаємного положення січної площини і поверхні (рис. 43).

Розглянемо кілька прикладів, в яких задана січна площаина є площеиною окремого положення.

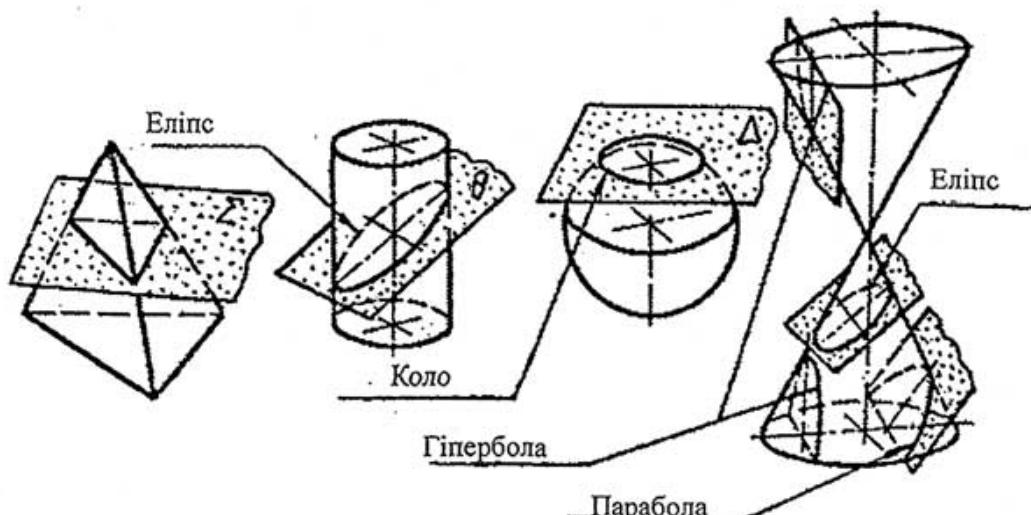
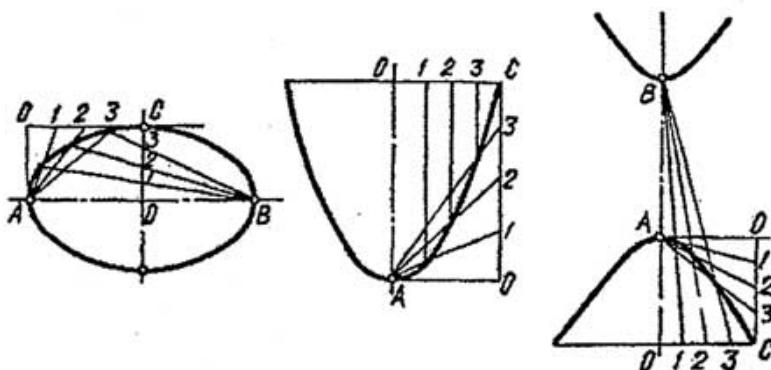


Рис. 43

Алгоритм рішення задачі:

1. Визначити форму перерізу.
  2. Визначити форму проекцій перерізу на всіх площинах проекцій, на яких за умовою будуються зображення.
  3. На проекції перерізу, яка зображується прямою лінією, що співпадає зі слідом проекцією січної площини, позначити проекції характерних точок шуканої лінії:
    - а) точки, які проекціються на контури проекцій поверхні;
    - б) точки, за якими можна побудувати графічним прийомом всю лінію (рис. 44):
- для еліпса - кінці спряжених діаметрів, для параболи і гіперболи - вершини і кінці найбільшої хорди; для багатокутника - його вершини.



Відрізки 01, 12, 23, 3C рівні між собою

Рис. 44

4. Побудувати відсутні проекції характерних точок на рисунку.
5. Побудувати проміжні точки перерізу і з'єднати усі точки з урахуванням видимості. Межами видимості перерізу на проекціях є точки, які проекцюються на обриси проекцій поверхонь (рис. 45, рис. 46).

**Приклад 1.** Побудувати лінію перетину сфери площину окремого положення (рис.45).

Переріз - коло діаметра  $d$ , проекція кола на площину  $\Pi_2$  - пряма лінія, яка співпадає зі слідом-проекцією  $\Sigma_2$  площини  $\Sigma$ , на площини  $\Pi_1$  і  $\Pi_3$  - еліпси. Велика вісь кожного з них дорівнює діаметру перерізу  $d$ , а величину малої осі визначають за проекційним зв'язком.

На профільній проекції показана побудова проміжних точок еліпса за його осями.

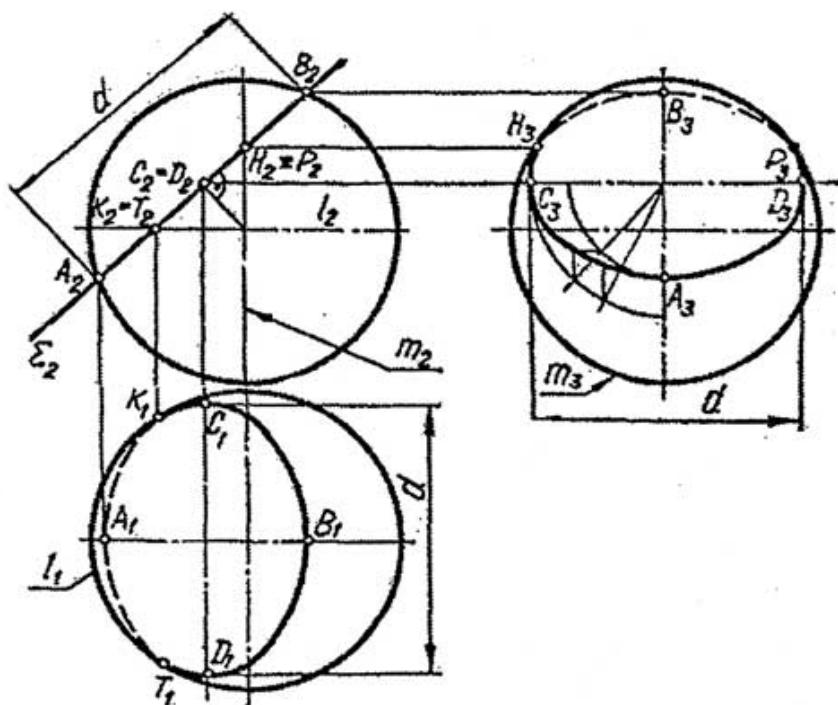


Рис.45

**Приклад 2.** Побудувати лінію перетину конуса площинами. Переріз - еліпс з осями  $AB$  і  $CD$  (рис. 46).

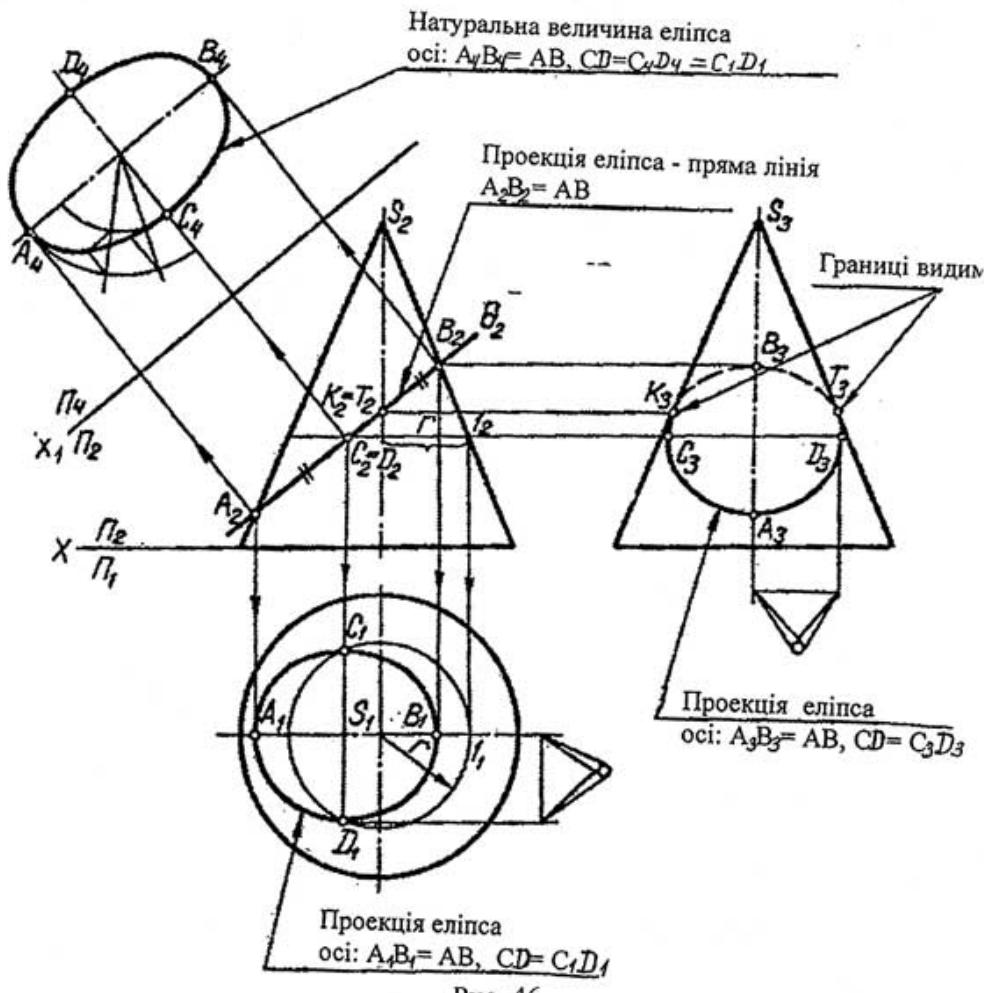


Рис. 46

### Побудова лінії перетину поверхні площинами загального положення

Задачу рекомендовано розв'язувати, використовуючи перетворення площини загального положення в проекціюочу.

Лінія перетину спроекцюється на нову площину проекцій  $\Pi_4$  в пряму лінію, що співпадає зі слідом-проекцією січної площини. Проекції лінії перетину на початкових площинах проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  будуть виявляти характерні точки лінії перетину.

**Приклад.** Побудувати лінію перетину еліптичного циліндра площинами загального положення  $\Theta$  ( $a \parallel b$ ) (рис. 47). *Алгоритм розв'язку:*

1. Провести в площині  $\Theta$  лінію рівня; на рис. 47 проведена горизонталь
2. Вибрати нову площину проекцій  $\Pi_4$  так, щоб січна площа  $\Theta$  в новій системі  $\Pi_1/\Pi_4$  стала проекціюочною. Для цього нову вісь проекцій  $X_1$  провести перпендикулярно до  $h_1$  ( $X_1 \perp h_1$ ).

3. Слід-проекцію  $\Theta_4$  провести через проекції  $h_4, F_4$ .
4. Еліпс, який є лінією перетину площини  $\Theta$  і циліндра, спроекцюється на  $\Pi_4$  у відрізок прямої  $A_4B_4$ . Побудувати характерні точки, за якими будеться еліпс:  $A_4B_4$  - проекції кінців першого спряженого діаметра еліпса,  $C_4D_4$  - проекції кінців другого спряженого діаметра.  $K_4$  - проекція точки, в якій проекція еліпса дотикається до контурної твірної  $S_2$  на  $\Pi_2$ .  $T_4$  - проекція точки, в якій проекція еліпса дотикається до контурної твірної  $S_1$  на  $\Pi_1$ . Дві інші точки дотику проекцій будуть симетричні точкам  $K_4$  і  $T_4$  відносно центра еліпса. Через характерні точки проводять проекції твірних  $1_4, 2_4, 3_4, 4_4, 5_4, 6_4$  на площині  $\Pi_4$ , а також на  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ , будують на них характерні точки проекцій еліпса. Проекції еліпсів на  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  будують за спряженими діаметрами.

### Зображення ліній перетину поверхні площиною на розгортці поверхні

Розгорткою поверхні називається плоска фігура, одержана суміщенням поверхні з площиною. На розгортці всі лінії і кути між ними зображуються в натуральну величину. Тому, перш ніж будувати розгортку, необхідно визначити натуральні величини елементів, за якими будеться розгортка.

На циліндрі (рис. 48) всі твірні і нормальні переріз зображуються на  $\Pi_2$  і  $\Pi_1$  в натуральну величину. За цими елементами і будеться розгортка.

На піраміді (рис. 49) проекціються в натуральну величину на  $\Pi_1$  ребра основи -  $1_12_1, 2_13_1, \dots, 8_11_1$ .

На фронтальній проекції - контурні бокові ребра  $S_21_2$  і  $S_25_2$ . Проекція  $S_21_2$  використана для визначення натуральних величин всіх відрізків, які потрібно відкладти на розгортці вздовж кожного ребра для знаходження вершин ліній перетину площиною  $\Theta$  ( $\Theta \perp \Pi_2$ ). Наприклад, для побудови точки  $K$  на розгортці був визначений відрізок  $S_2 \bar{K}_2$  на проекції  $S_21_2$  ребра  $S_1$ , рівний його натуральній величині.

Найкоротша лінія між двома точками на поверхні називається *геодезичною*. Тому на розгортці поверхні геодезична лінія зображується у вигляді прямої лінії.

Для побудови геодезичної лінії на проекціях поверхні необхідно:

1. Побудувати розгортку поверхні і нанести на ній граничні точки геодезичної лінії.
2. З'єднати на розгортці граничні точки прямою лінією.
3. Визначити проміжні точки геодезичної лінії на розгортці і перенести їх на проекції поверхні.
4. З'єднати одержані точки на проекціях поверхні лінією з урахуванням типу поверхні.

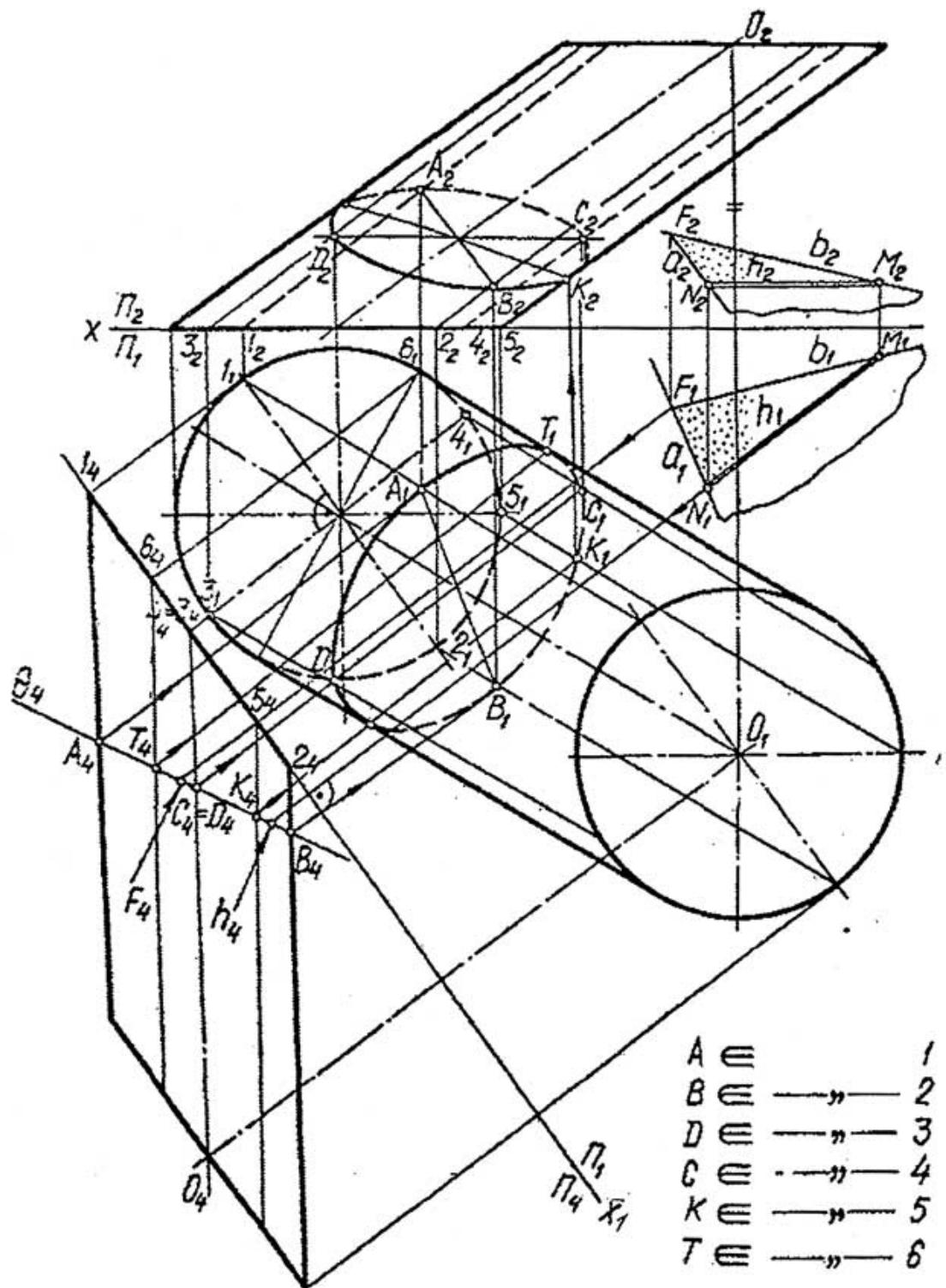


Рис. 47

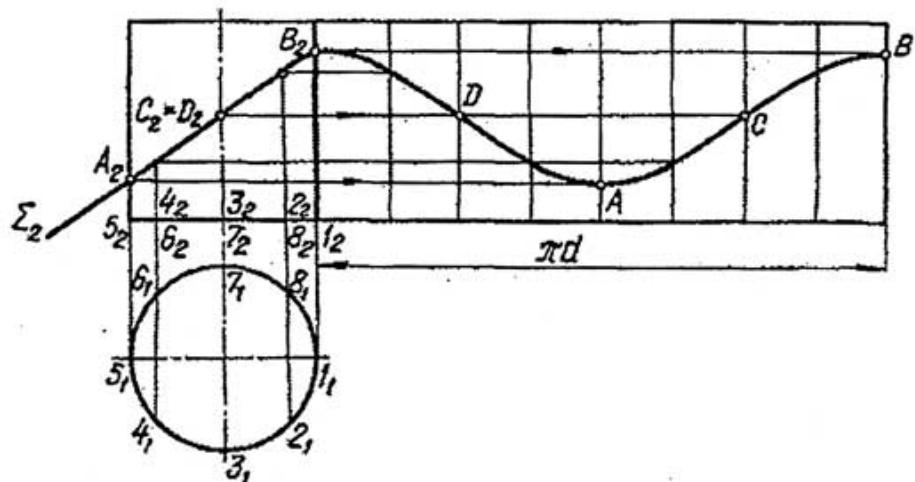


Рис. 48

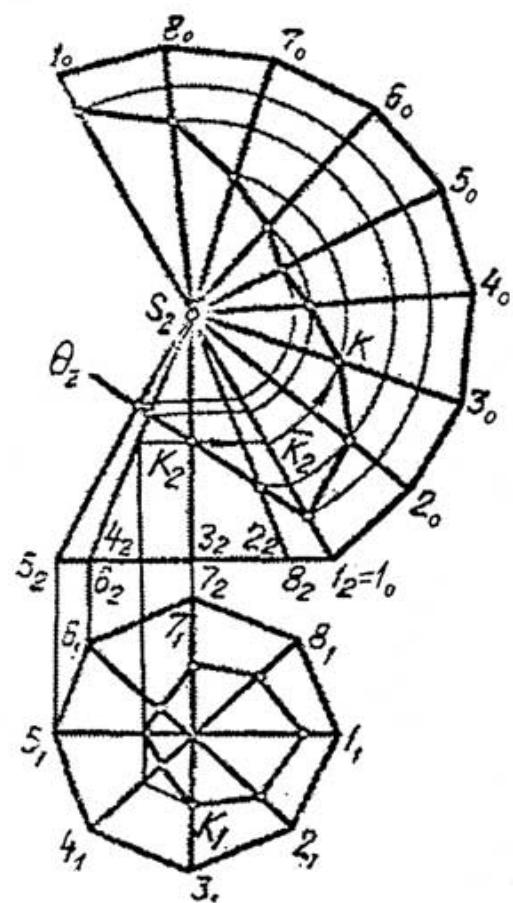
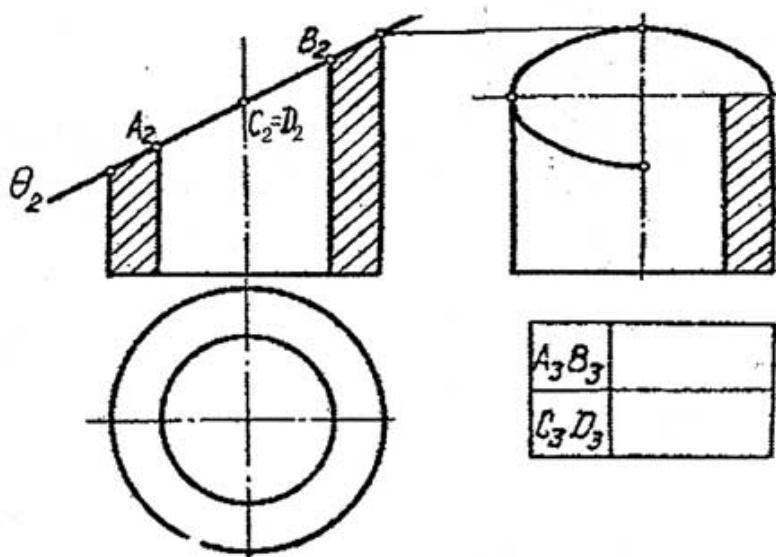


Рис. 49

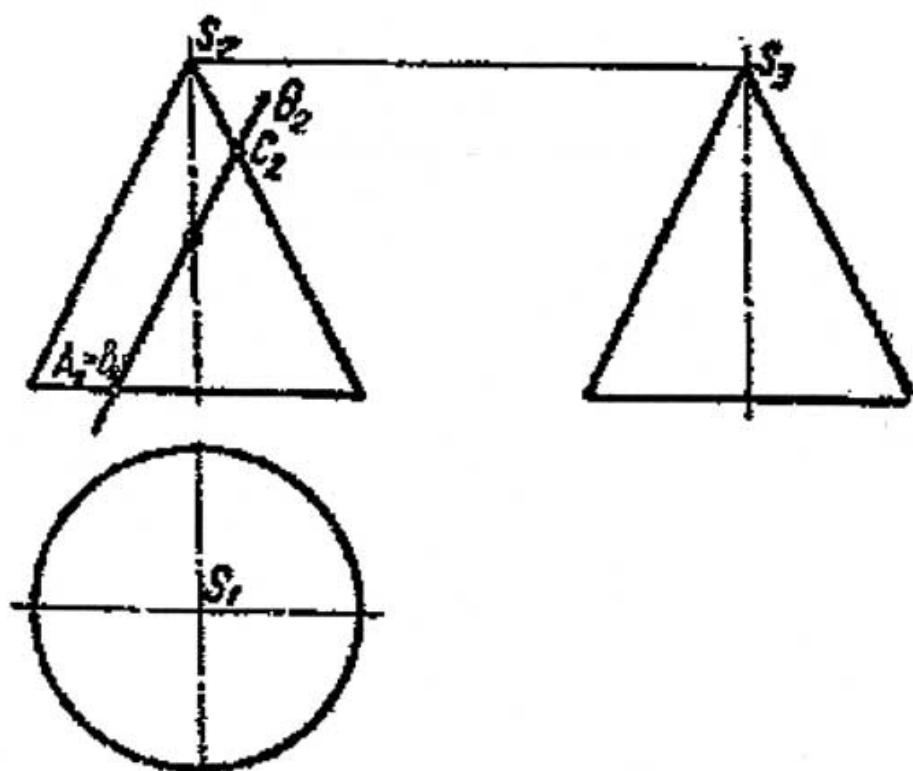
## ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

22. Дано: циліндрична труба, зрізана площиною. Закінчить побудову профільної проекції труби. Запишіть величини осей внутрішнього еліпса на профільній проекції.

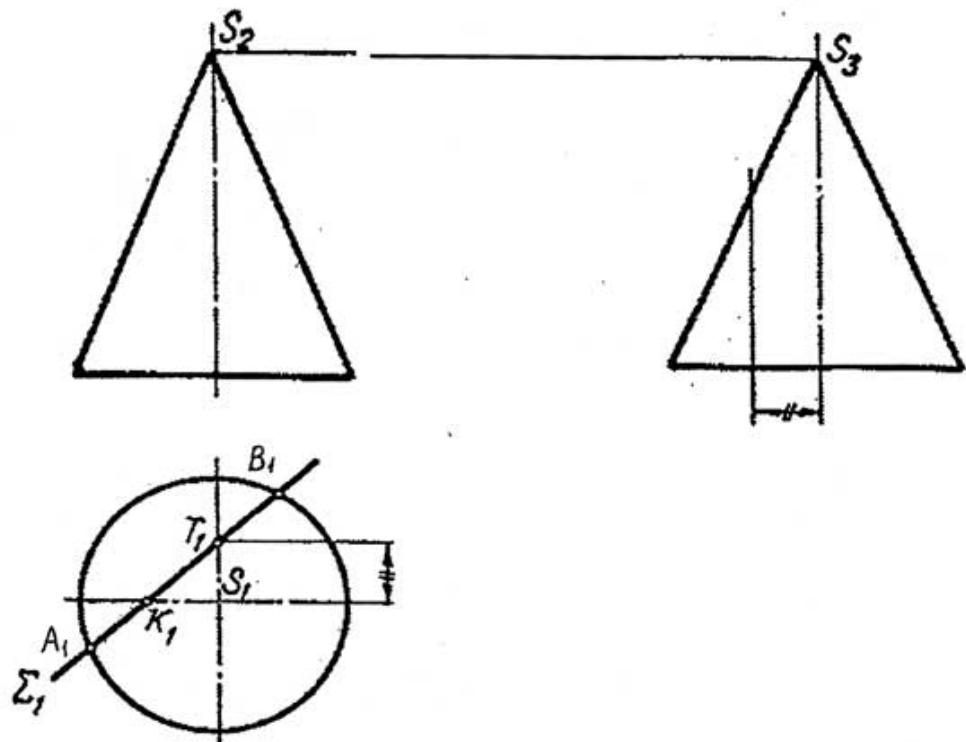


23. Дано: прямий круговий конус.  
Побудуйте проекції ліній перетину конуса площинами окремого положення. Визначте видимість.

a)

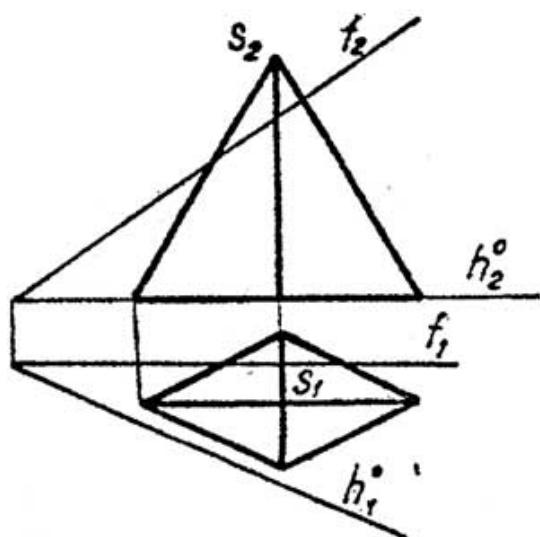


6)

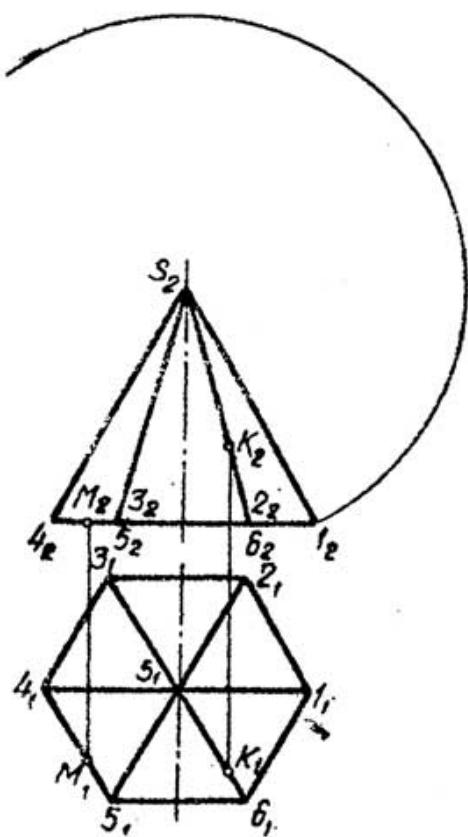
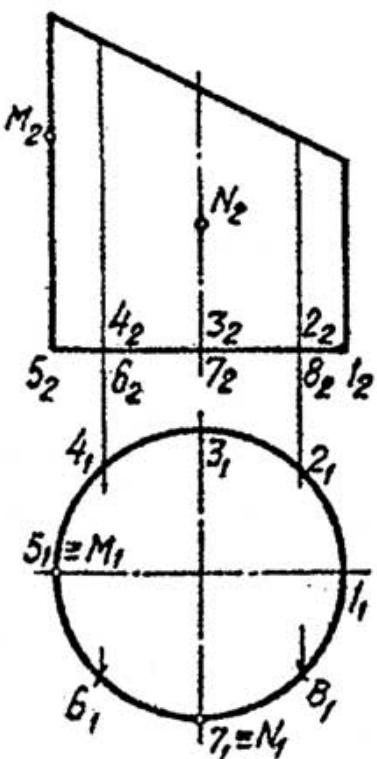


### АУДИТОРНІ ЗАВДАННЯ

24. Побудуйте проекції ліній перетину поверхні тіла площиною загального положення і визначити натуральну величину фігури перерізу.



25. Дано: циліндр, зрізаний площиною. Побудуйте проекції найкоротшої лінії  $MN$ , проведеної на поверхні циліндра від точки  $M$  до точки  $N$ .



26. Дано: шестигранна піраміда. Побудуйте проекції найкоротшої лінії  $KM$ , проведеної на поверхні піраміди від точки  $K$  до точки  $M$ .

## ЗОБРАЖЕННЯ: ВИГЛЯДИ І РОЗРІЗИ

Зображення на кресленнях виконують по правилах згідно з ГОСТ 2.305-68. Для виявлення форми предмета на кресленні використовують шість основних виглядів на шість граней куба: вигляд спереду (головний вигляд), зверху, зліва, справа, знизу, ззаду. **Вигляд** - це зображення видимої спостерігачеві частини поверхні предмета. Крім основних виглядів, можна користуватися додатковими виглядами на площини, не паралельні основним площинам проекцій, і місцевими.

Для виявлення внутрішньої форми предмета на кресленнях використовують розрізи і перерізи. **Розрізом** називається зображення предмета, умовно розітнутого однією або кількома площинами. Частина предмета, розміщена між спостерігачем і січною площинами умовно відкидається. На розрізі показують те, що розміщено в січній площині і за нею. Те, що попадає в січну площину, називають *перерізом* і виділяють штрихуванням (рис. 50).

Положення січної площини вказують розімкненою лінією - слідом-проекцією січної площини, перпендикулярно до якої креслять стрілки, які вказують напрям зору. Стрілки позначають однією і тією ж великою буквою. Розріз позначають на кресленні за типом А-А, Б-Б і т.д. (рис. 51). Якщо січна площа збігається з площею симетрії предмета і розріз розміщений в проекційному зв'язку на одному з основних виглядів, то положення січної площини не позначають і сам розріз не супроводять написом (на рис. 51 розріз на місці вигляду зліва).

Розрізи поділяються на вертикальні, горизонтальні і похилі (в залежності від положення січної площини відносно самого предмета), повні і місцеві (при розтині відповідно всього предмета або окремої його частини), прості і складні (в залежності від того, як утворений розріз: однією або кількома січними площинами).

Дозволяється на одному зображення поєднувати половину розрізу з половиною вигляду, якщо ці зображення симетричні відносно однієї і тієї ж осі, яка їх розділяє (на рис. 51 - розріз А-А і розріз у вигляді зліва).

Якщо контурна лінія зображення збігається з віссю симетрії, між виглядом і розрізом проводять хвилясту лінію обриву (на рис. 51 - розріз на місці вигляду спереду).

Зображення на кресленні виконують в проекційному зв'язку, але лінії зв'язку не проводять, осі проекцій не показують. На кресленні наносять необхідну кількість розмірів.

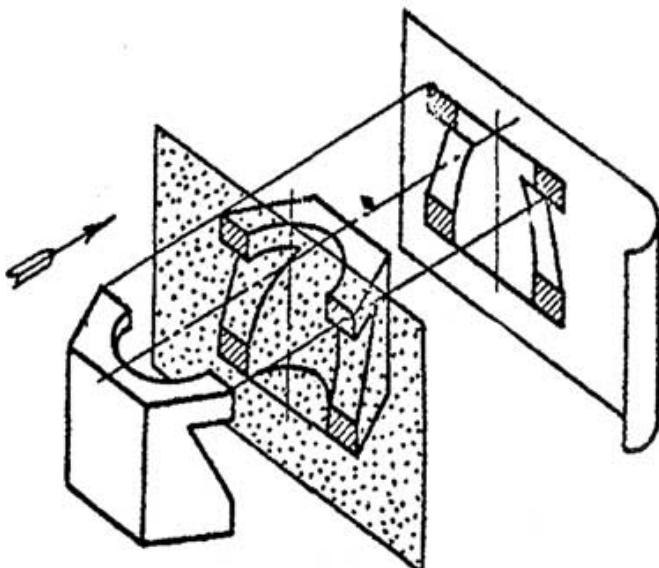


Рис. 50

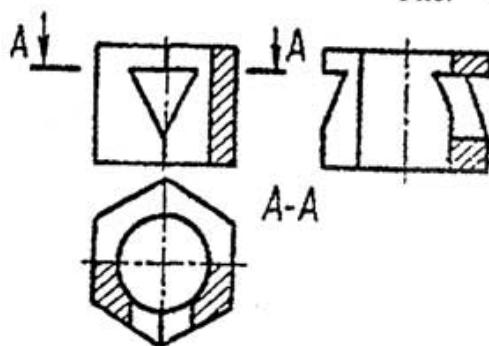


Рис. 51

## ЗОБРАЖЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ СКЛАДНОЇ ФОРМИ (подвійне проникнення)

Розглянемо розв'язання задачі на прикладі тіла, заданого на рис. 52. Розв'язання задачі ділиться на чотири етапи.

### **Етап 1.**

Аналіз форми. Зовнішня поверхня тіла - циліндрична, внутрішня - чотиригранна призма. Поперечний призматичний отвір має в нормальному перерізі форму неправильного п'ятикутника.

### **Етап 2.**

Побудова лінії перетину зовнішньої поверхні - циліндра з призматичним отвором. Для цього використовують метод повних перерізів, суть якого полягає ось у чому:

1. Через кожну грань отвору проводять проекціючу площину так, щоб вона повністю перетнула циліндр.

2. Послідовно будують повні перерізи циліндра вказаними площинами. Так, площа  $\Sigma$  ( $\Sigma_2$ ) перетинає циліндр по колу, площини  $\Theta$  ( $\Theta_2$ ),  $\Delta$  ( $\Delta_2$ ),  $\Gamma$  ( $\Gamma_2$ ),  $\Psi$  ( $\Psi_2$ ) - по еліпсах **A**, **D**, **F**, **C**. Горизонтальні проекції всіх кривих співпадають з обрисним колом циліндра, на профільній площині проекцій співпадають еліпси **A** і **C** та **D** і **F**.

3. Обводять суцільною товстою лінією дуги еліпсів, які належать граням призматичного отвору.

### **Етап 3.**

1. Виконують фронтальний, горизонтальний і профільний розрізи. Всі розрізи поєднують з виглядами. Межею вигляду і розрізу буде тонка хвиляста лінія, оскільки у даному прикладі вісь симетрії збігається з ребром піраміди.

2. Будують повні перерізи внутрішньої поверхні - чотиригранної піраміди - площинами  $\Sigma$ ,  $\Theta$ ,  $\Delta$ ,  $\Gamma$ ,  $\Psi$  - і обводять суцільною товстою лінією ті частини ліній, які належать граням призматичного отвору і видимі на виглядах і розрізах.

### **Етап 4.**

Підраховують кількість ребер призматичного отвору. Ребра, які перетинають тільки зовнішню поверхню (ребра **1** і **4**), зображують одним відрізком. Ребра, які перетинають і зовнішню, і внутрішню поверхні (ребра **2**, **3** і **5**) зображують двома відрізками, які з'єднують зовнішню і внутрішню точки.

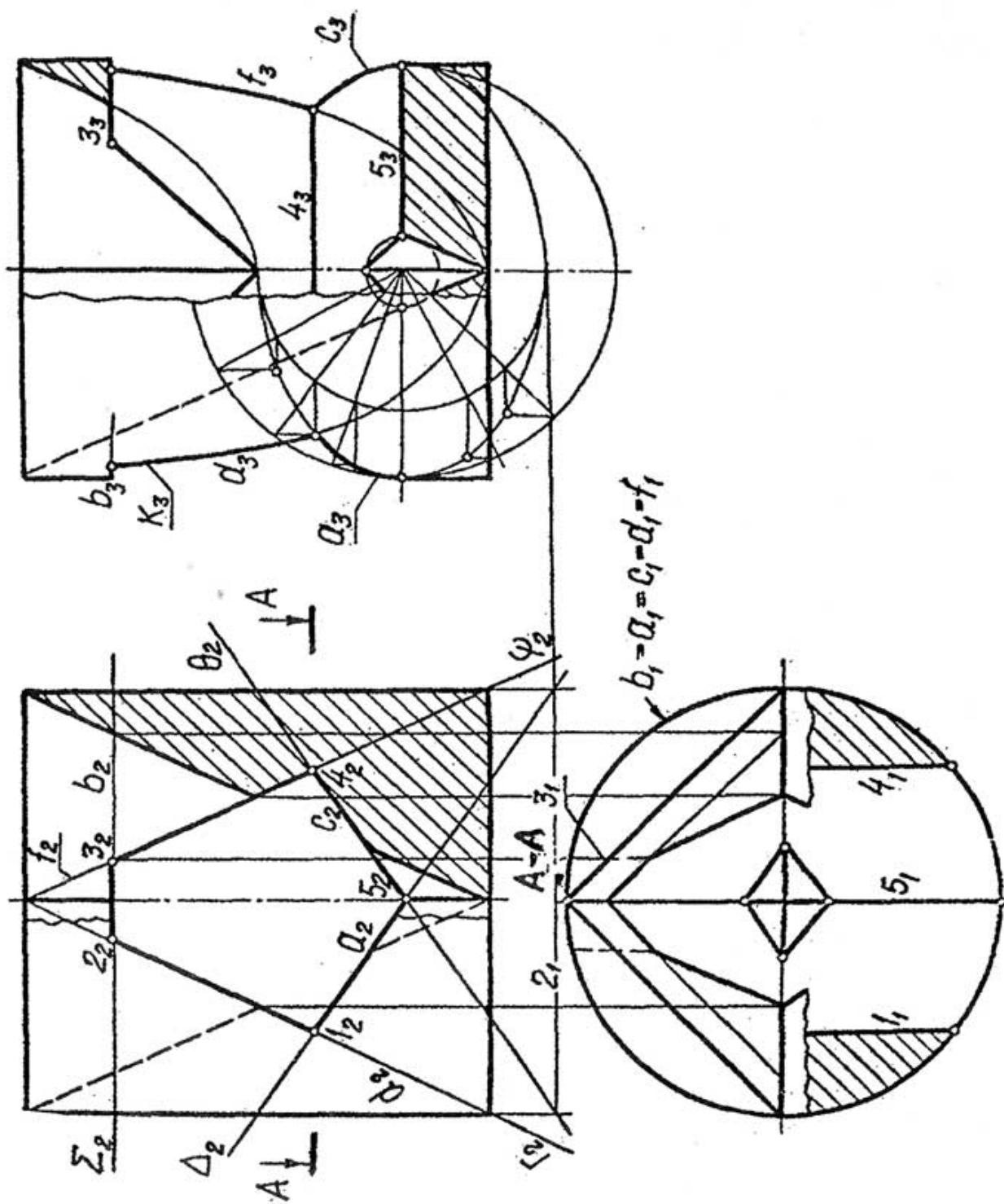
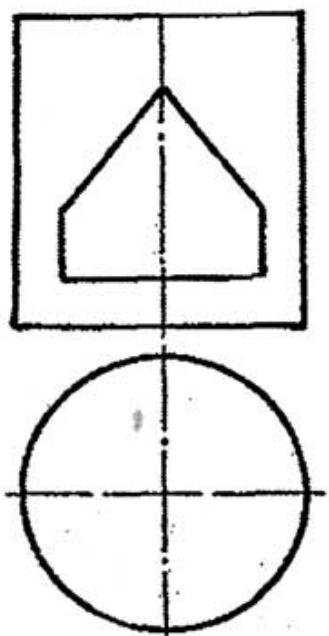


Рис.52

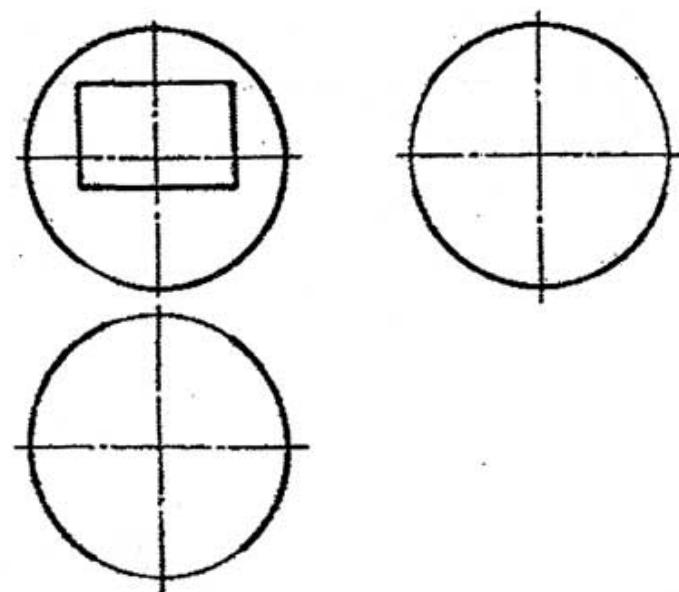
## ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

27. Дано: геометричне тіло із наскрізним отвором. Побудуйте горизонтальну і профільну проекції тіла. Виконайте горизонтальний і профільний розрізи.

а)

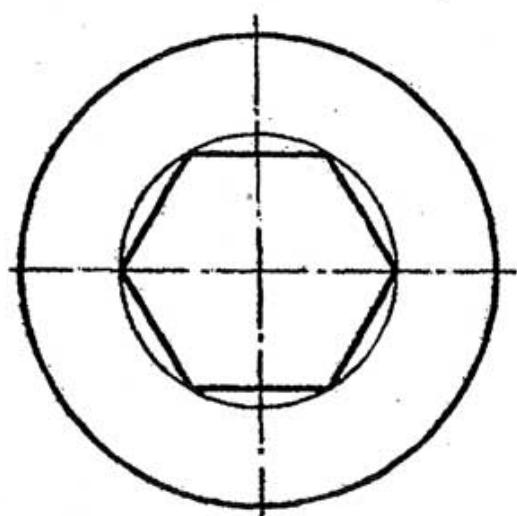
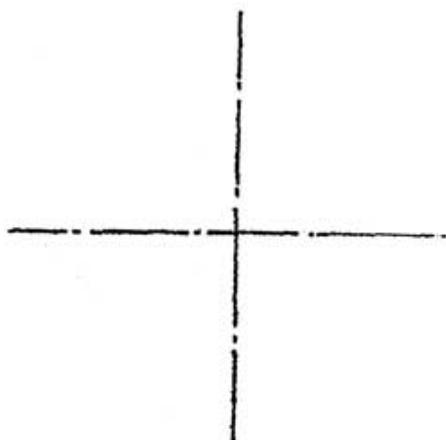
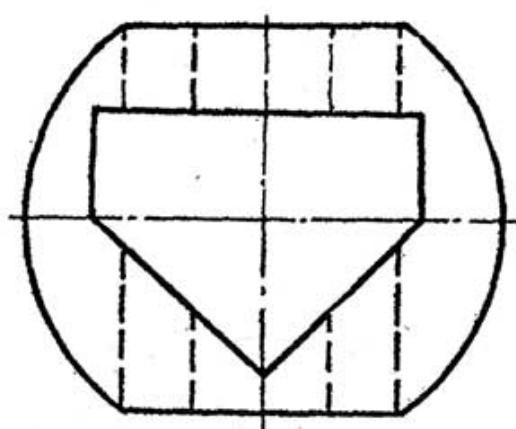


б



## **АУДИТОРНІ ЗАВДАННЯ**

**28.** Побудуйте горизонтальну і профільну проекції тіла із наскрізним отвором.  
Виконайте фронтальний, горизонтальний і профільний розрізи.



## ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

Лінією перетину поверхонь називається спільна лінія двох поверхонь, що перетинаються. Її форма залежить від форми і взаємного положення поверхонь (рис. 53).

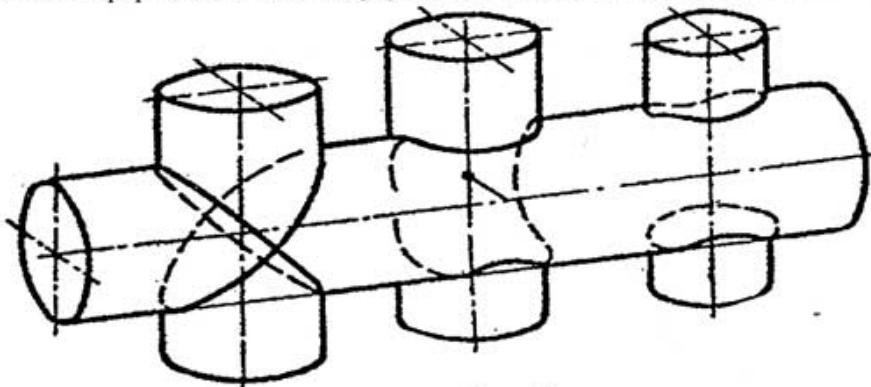


Рис. 53

Дві криві поверхні перетинаються по просторовій кривій лінії (див. рис. 53). Лінія перетину двох многогранників - просторова ламана.

Якщо одна поверхня - крива, а друга - багатогранник, то лінія перетину - просторова ламана, ланки якої - дуги площинних кривих.

Основний метод побудови лінії взаємного перетину поверхонь - метод допоміжних поверхонь - посередників. Порядок графічних побудов:

1. Вибрати посередники (поверхні або площини), які перетинають задані поверхні по найбільш простих лініях (прямих або колах).
2. Провести один з посередників і побудувати лінії перерізу посередника з обома заданими поверхнями.
3. Знайти точки взаємного перетину ліній перерізу. Ці точки належать шуканій лінії перетину заданих поверхонь.
4. Вибрати нову поверхню-посередник і, повторивши операції 2, 3, визначити нові точки шуканої лінії перетину і т.д., аж поки не одержимо достатню кількість точок для побудови лінії перетину заданих поверхонь.
5. З'єднати одержані точки, враховуючи видимість окремих частин лінії перетину.

Побудову лінії перетину слід починати з визначення характерних точок, до яких відносяться точки на контурах проекцій поверхонь, точки найвищі і найнижчі, крайні ліві і крайні праві на проекціях.

### Побудова лінії перетину поверхонь за допомогою посередників - площин окремого положення

На рис. 54 показано побудову лінії перетину конуса з циліндром. Посередниками вибрані:

горизонтальні площини  $\Delta$  ( $\Delta_2$ ),  $\Sigma$  ( $\Sigma_2$ ). Ці площини перетинають конус по колах, а циліндр - по прямих лініях (твірних);

фронтальна площа  $\Theta$  ( $\Theta_1$ ), яка перетинає поверхні по твірних, що є контурами на фронтальній проекції.

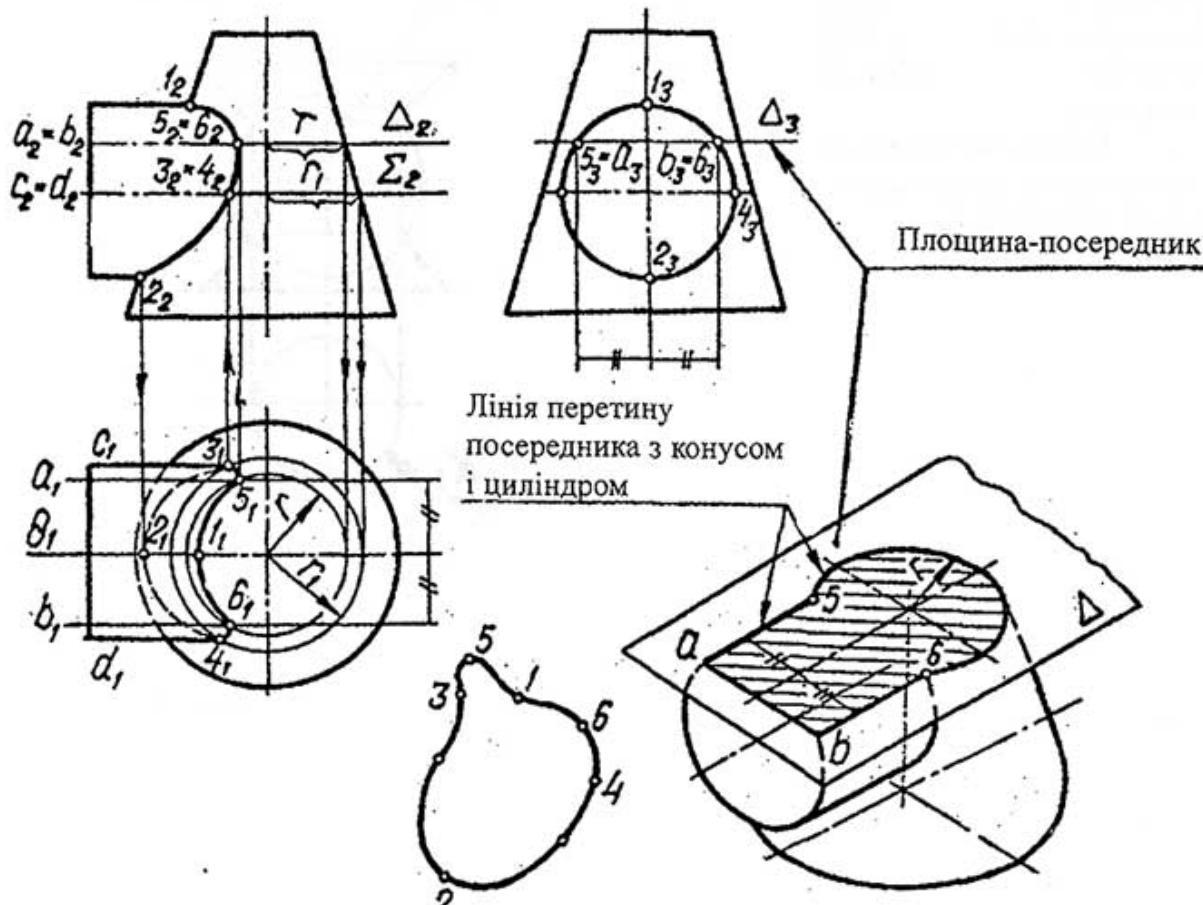


Рис. 54

**Характерні точки лінії перетину:**

на горизонтальній проекції - точки  $3_1$  і  $4_1$ , які лежать на контурних твірних циліндра.

Побудову цих точок виконано за допомогою площини  $\Sigma$  ( $\Sigma_2$ );

на фронтальній проекції - точки  $1_2$  і  $2_2$ , побудовані за допомогою площини  $\Theta$  ( $\Theta_1$ ).

### Побудова лінії перетину поверхонь за допомогою посередників - сферичних поверхонь

Умови для використання сфер в ролі посередників:

- 1) Обидві поверхні, що перетинаються є поверхні обертання;
- 2) Осі поверхонь перетинаються;
- 3) Осі поверхонь паралельні одній з площин проекцій.

За цих умов довільна поверхня обертання  $\Theta$  ( $\Theta_2$ ) (рис.55) перетинається зі сферою, центр якої лежить на осі обертання, по колах, які на одній із площин проекцій зображуються прямими лініями.

На рис.55 фронтальна проекція  $K_2$  кола - пряма лінія, яка проходить через точки перетину обрисів сфери і поверхні обертання.

Приклад розв'язання задачі з використанням сфер в ролі посередників показаний на рис.56.

Центри сфер-посередників знаходяться в точці  $O(O_1, O_2)$  перетину осей заданих поверхонь циліндра і зрізаного конуса. Сфера найменшого радіуса повинна дотикатися до

більшої з заданих поверхонь. Сфера максимального радіуса проходить через найвіддаленішу точку перетину обрисів поверхонь.

Точки лінії перетину - точки перетину проекцій кіл, які зображають прямими лініями.

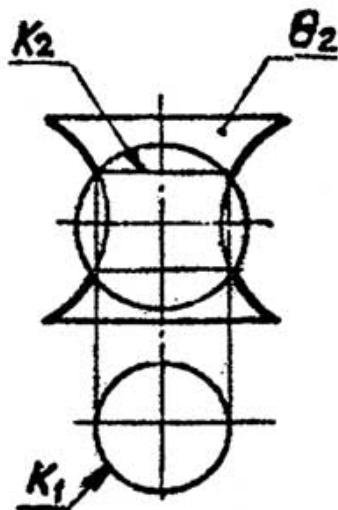


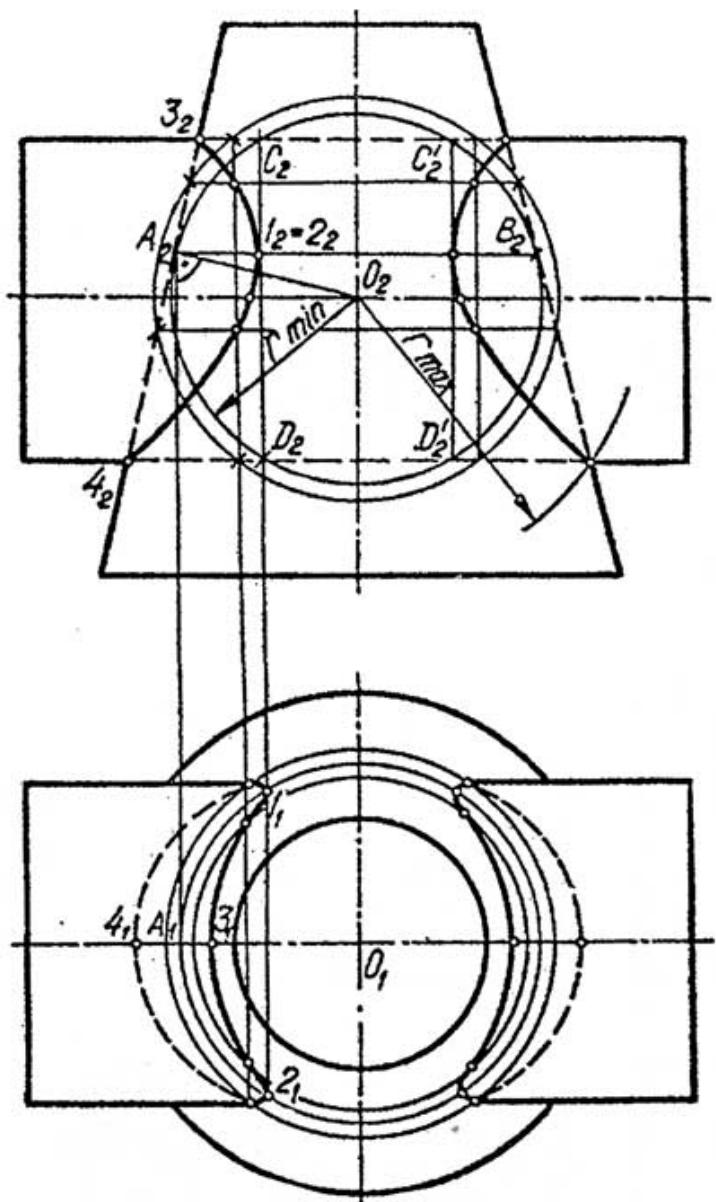
Рис. 55

### Перетин поверхонь другого порядку по плоских кривих

**Теорема Монжса.** Дві поверхні другого порядку, описані навколо третьої поверхні другого порядку (або вписані в неї), перетинаються по двох плоских кривих другого порядку. Площини кривих проходять через пряму, яка з'єднує точки перетину лінії дотику (рис.57).

**Висновок.** Якщо дві поверхні другого порядку перетинаються по одній плоскій кривій, то вони перетинаються ще по одній плоскій кривій.

**Теорема про форму проекцій лінії перетину.** Якщо дві поверхні другого порядку мають спільну площину симетрії, то лінія їх перетину проекцюється на площину, паралельну площині симетрії у вигляді кривої другого порядку (рис.58).



$$I_2 = (A_2 B_2 \cap C_2 D_2)$$

Рис. 56

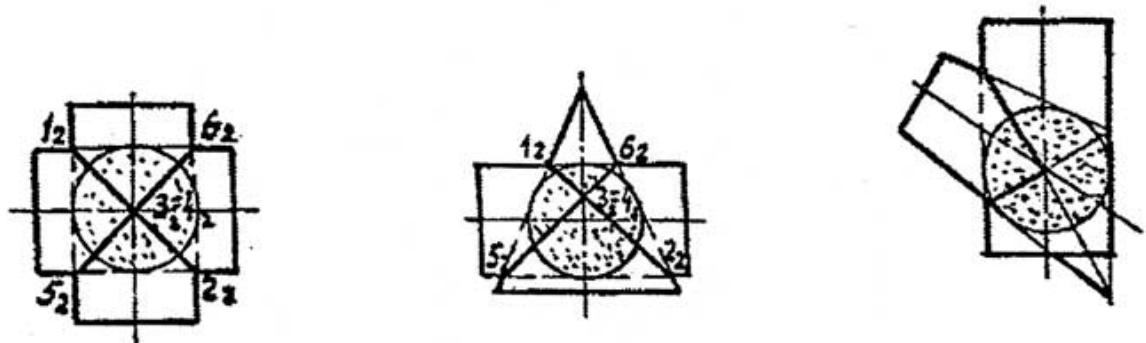


Рис. 57

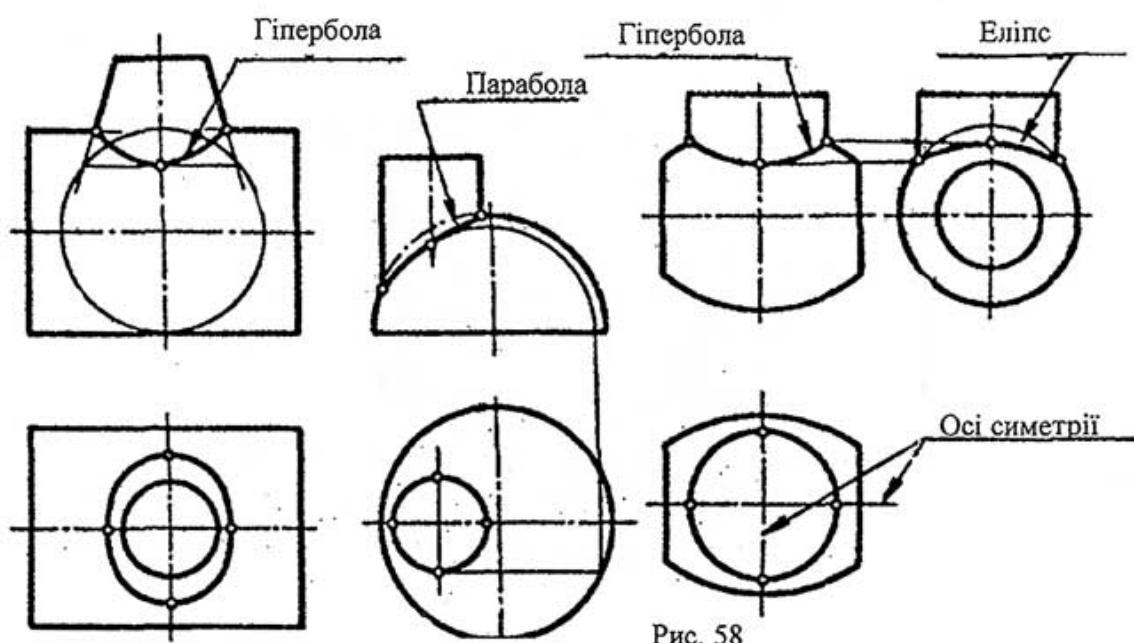
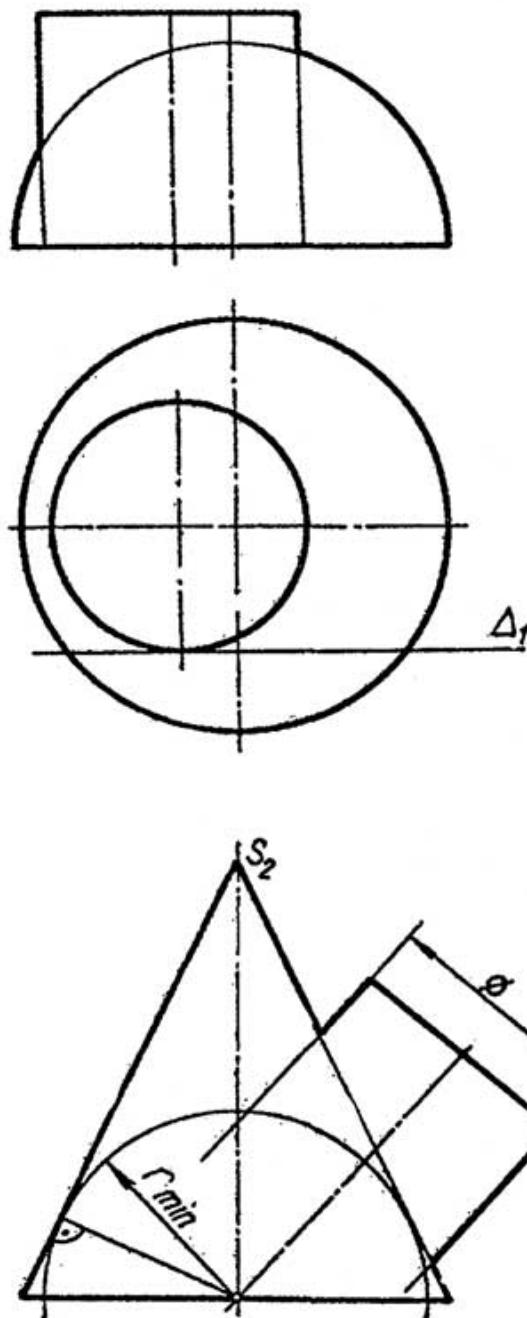


Рис. 58

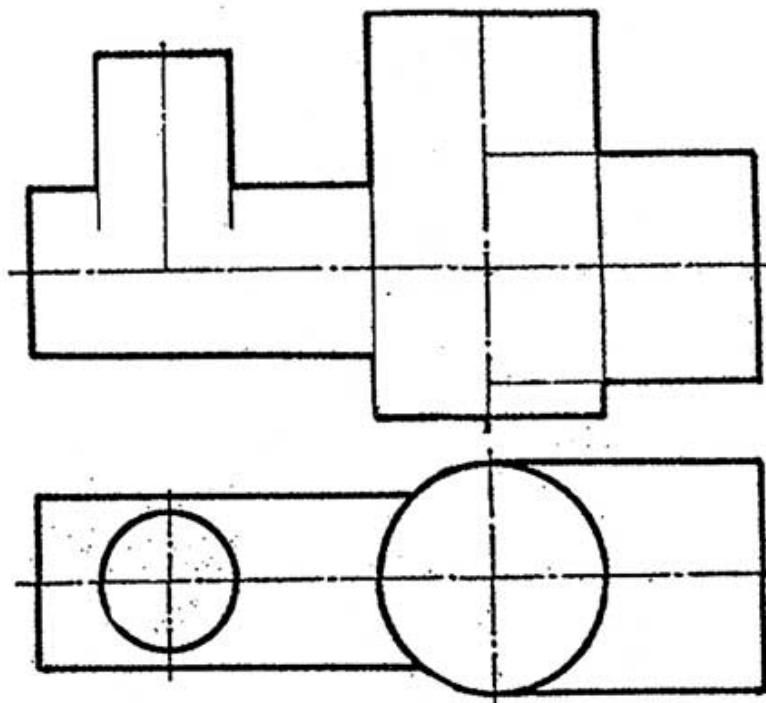
## ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

**29.** Дано: поверхні, що перетинаються.  
Побудуйте проекції лінії перетину поверхонь



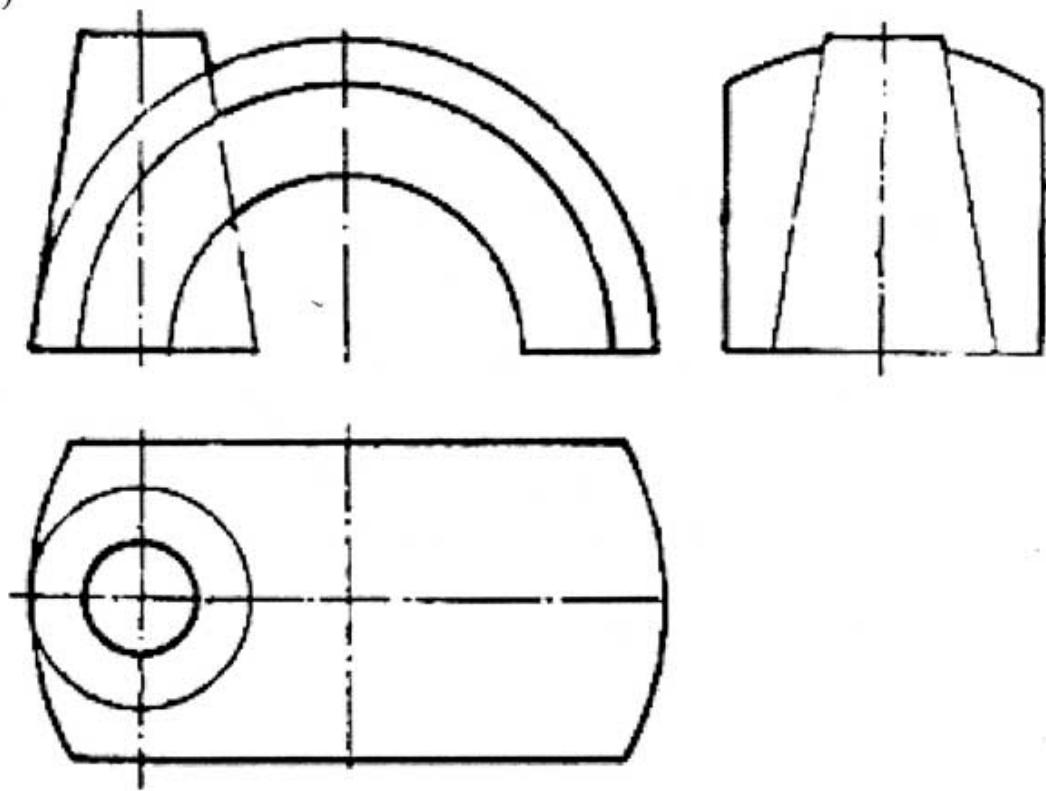
## АУДИТОРНІ ЗАВДАННЯ

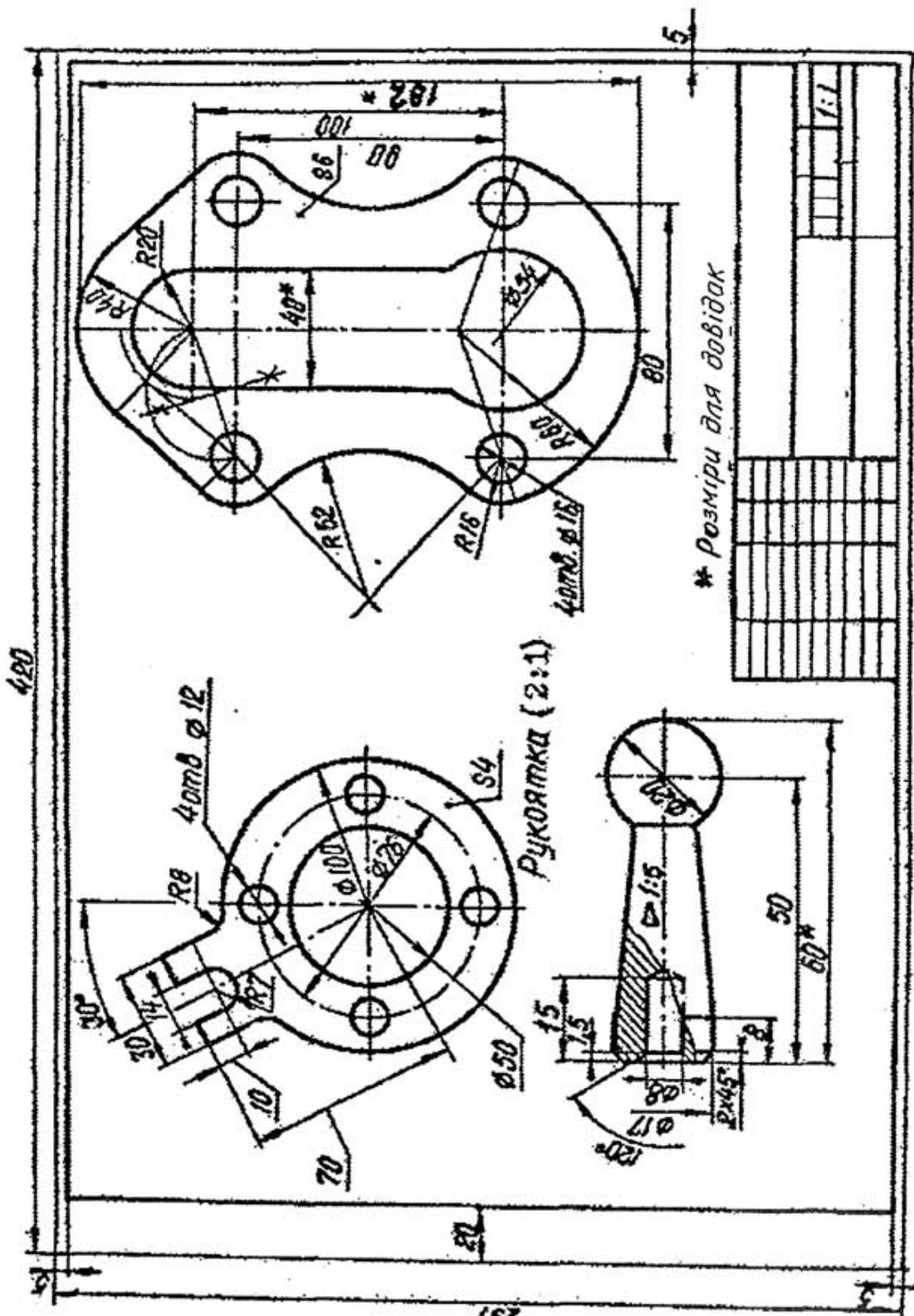
30. Дано: поверхні, що перетинаються.  
Побудуйте проекції ліній перетину поверхонь



a)

б)





Приклад виконання РГ-1 „Вступ до інженерної графіки”

## Завдання на розрахунково-графічну роботу № 2 (РГ-2)

### “Проекціювання кола”

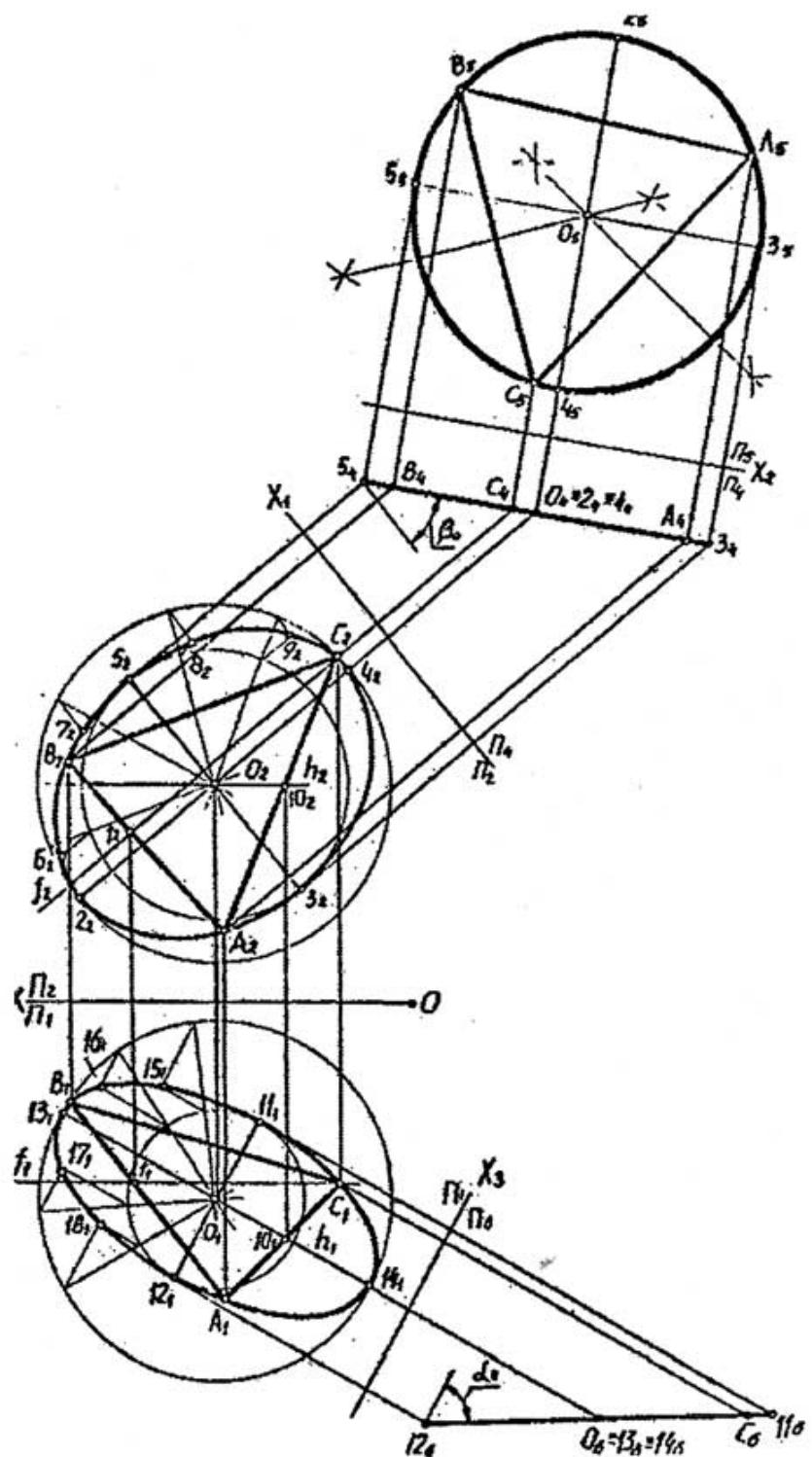
Побудувати проекції кола, яке знаходиться в площині й описане навколо трикутника ABC для парних варіантів і вписаного в нього для непарних варіантів. Координати точок A,B,C взяти з таблиці.

Номер варіанта	Координати точок									
	X <sub>A</sub>	Y <sub>A</sub>	Z <sub>A</sub>	X <sub>B</sub>	Y <sub>B</sub>	Z <sub>B</sub>	X <sub>C</sub>	Y <sub>C</sub>	Z <sub>C</sub>	
1	16	22	16	40	36	50	96	112	46	35
2	17	10	22	30	32	10	64	62	19	3
3	18	26	24	68	46	14	92	112	52	32
4	19	24	34	16	100	90	10	110	22	30
5	20	20	44	20	34	100	54	110	39	50
6	21	13	28	20	35	62	8	65	1	17
7	22	24	66	20	44	90	10	110	30	48
8	23	19	20	32	95	14	88	105	34	20
9	24	114	18	38	100	52	94	26	48	33
10	25	67	24	31	46	12	65	15	20	4
11	26	104	25	65	84	15	89	18	53	29
12	27	100	30	21	24	86	15	4	18	35
13	28	110	35	15	96	91	49	22	30	45
14	29	61	33	25	40	67	13	9	6	21
15	30	100	70	22	80	94	12	14	34	50

Визначити і записати координати центра кола, а також кути між площиною трикутника і площинами проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

Приклад виконання РГ- 2.

$\alpha_0$	60°
$\beta_0$	41°
$X_0$	32
$Y_0$	32
$Z_0$	35

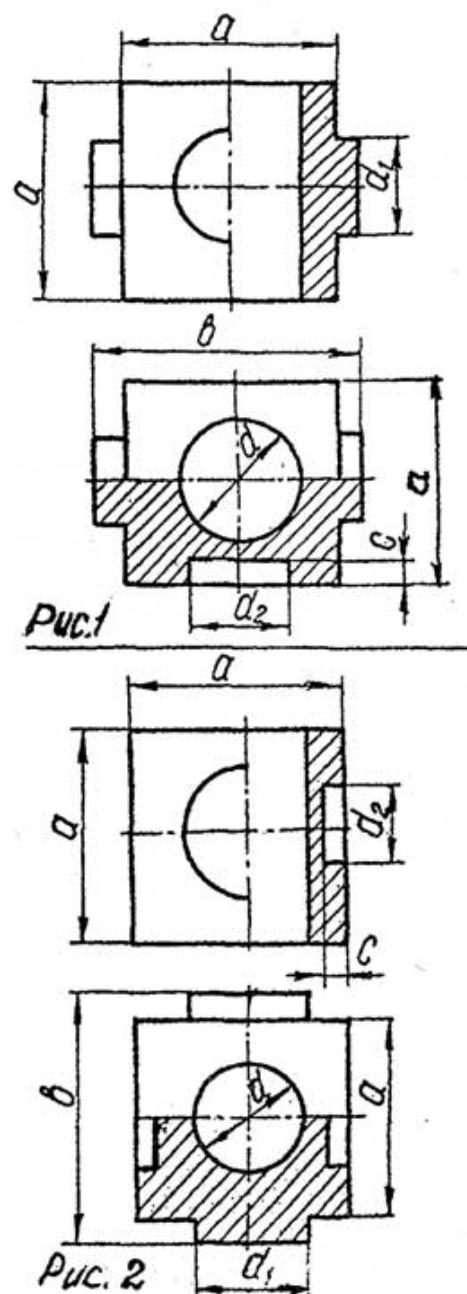


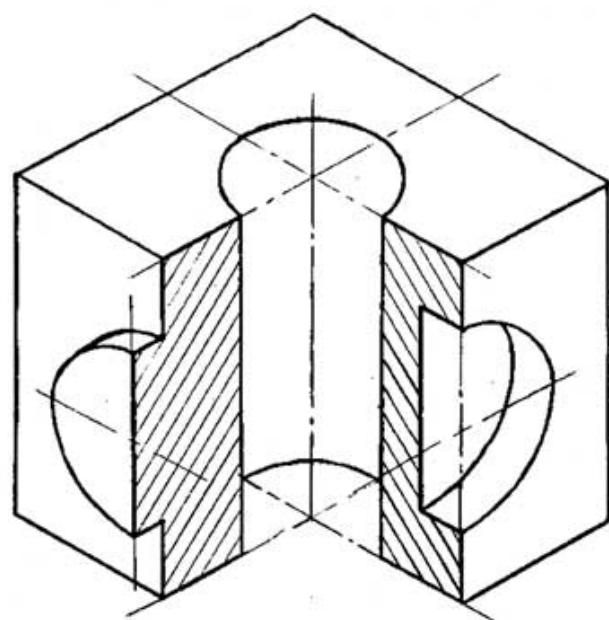
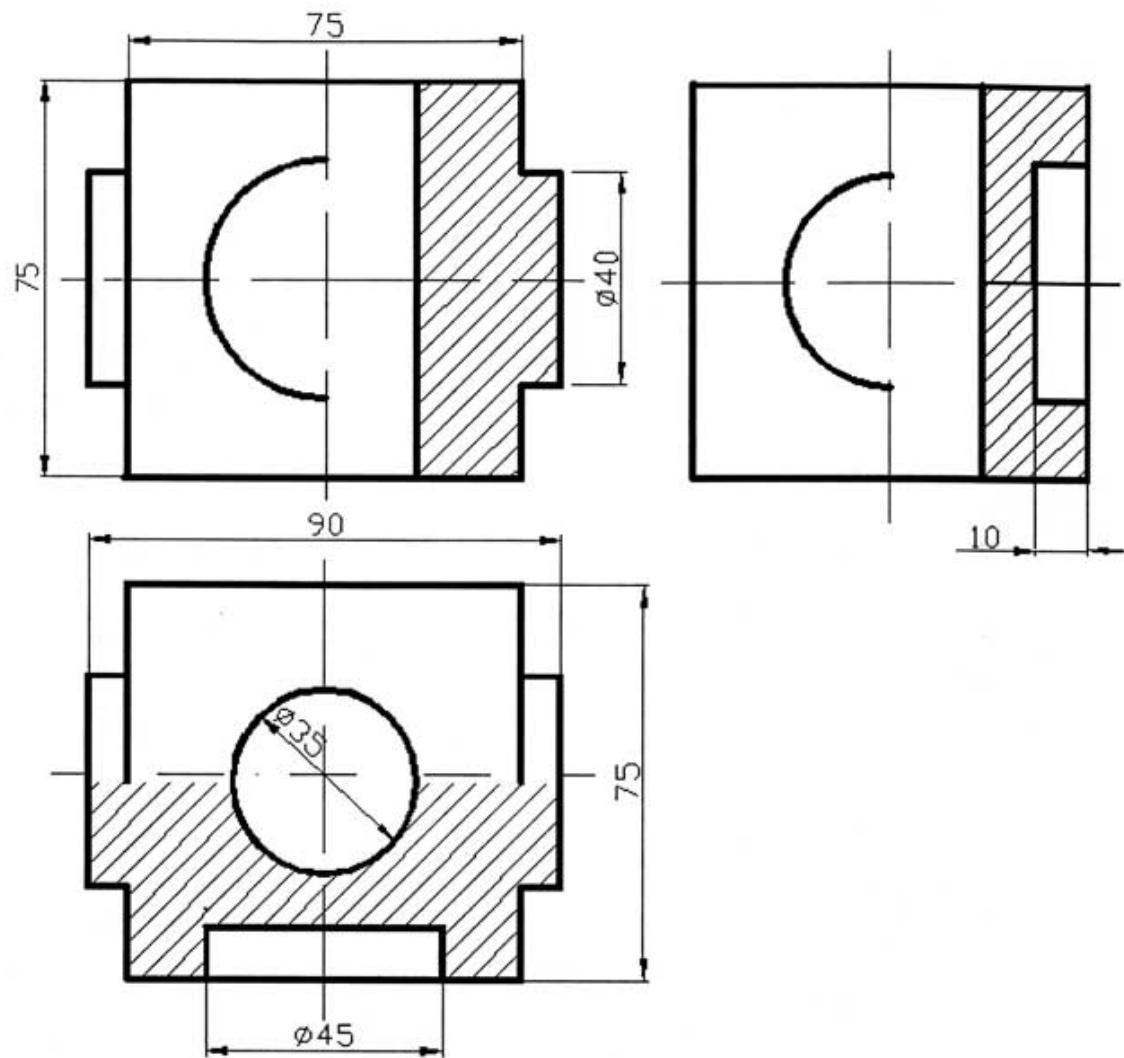
### Завдання на розрахунково-графічну роботу № 3 (РГ-3)

#### “Аксонометрія”

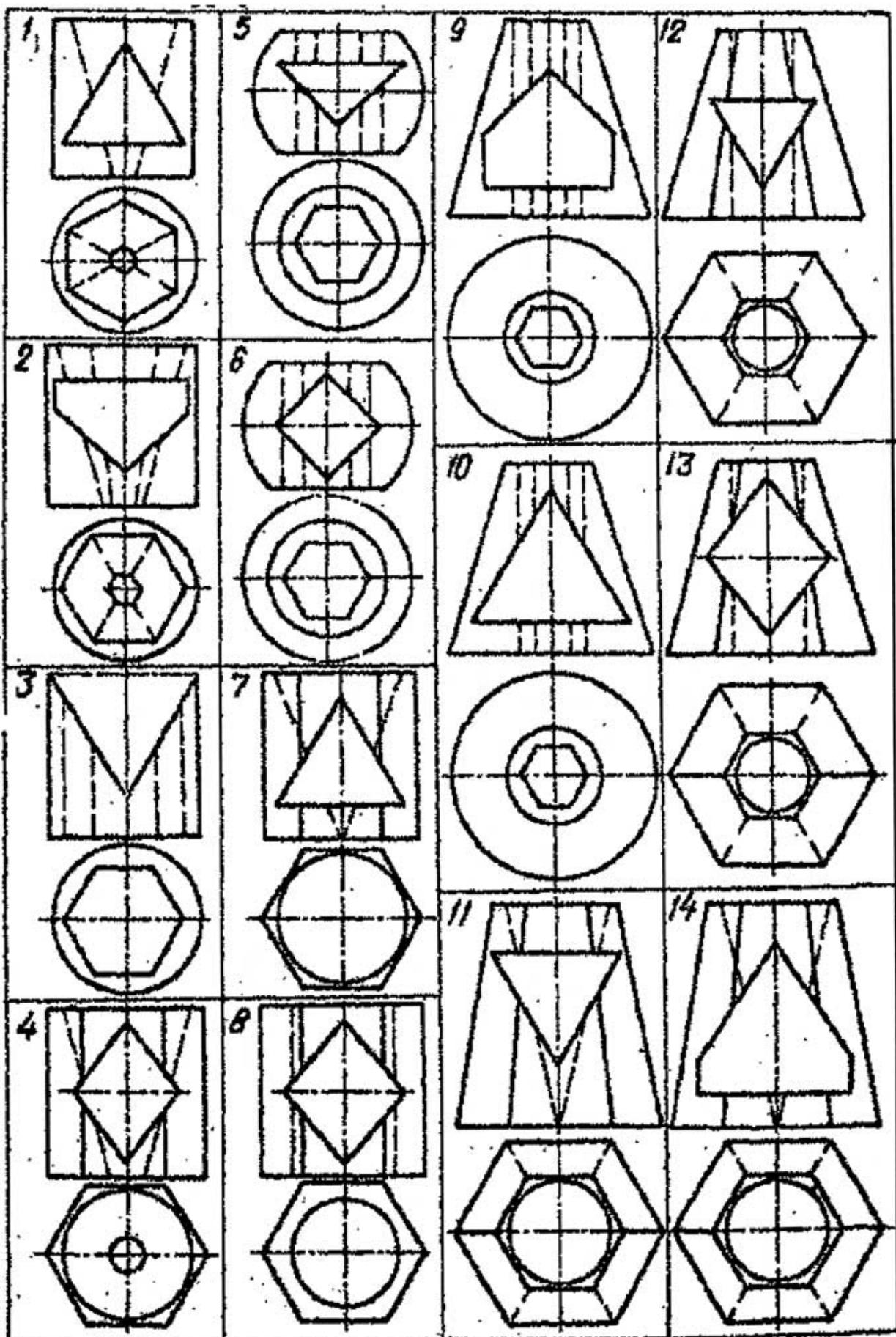
1. Накреслити три зображення деталі з розрізами.
2. Виконати зображення деталі в прямокутній ізометрії або в прямокутній диметрії з вирізом передньої частини координатними площинами (для парних варіантів - прямокутну ізометрію, для непарних - прямокутну диметрію).

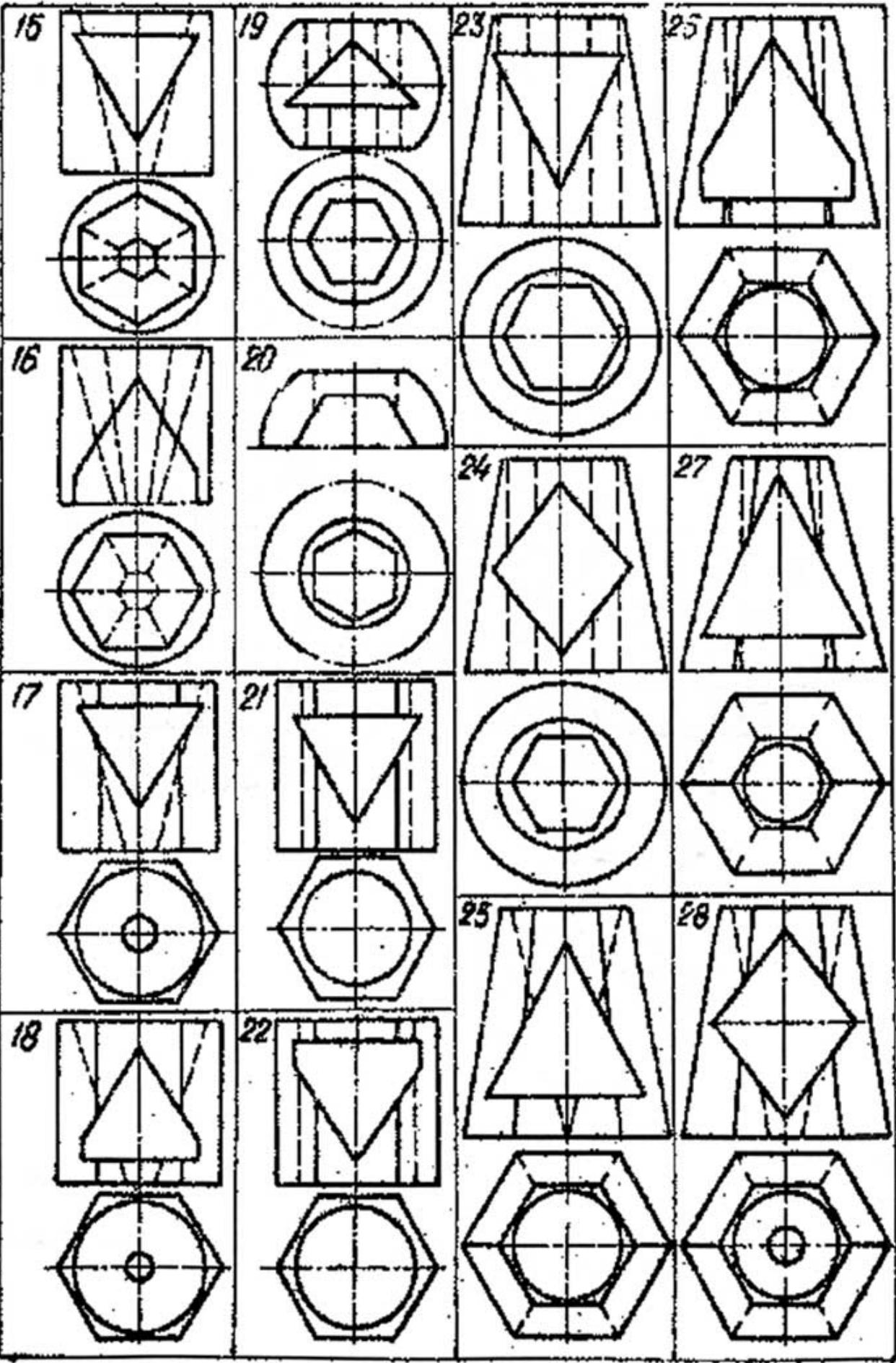
Номер варіанта		№ рис.	$a$	$b$	$c$	$d$	$d_1$	$d_2$
1	16	Рис. 1	70	95	5	50	45	40
2	17		75	90	8	45	40	50
3	18		80	100	10	40	45	50
4	19		70	90	5	45	40	45
5	20	Рис. 2	75	95	8	40	45	55
6	21		80	98	12	40	50	45
7	22		70	95	5	45	40	45
8	23		75	95	8	40	45	35
9	24	Рис. 1	80	95	10	55	45	50
10	25		70	90	5	35	45	40
11	26		75	90	10	35	40	45
12	27		80	98	10	45	40	45
13	28	Рис. 2	70	90	5	35	45	50
14	29		75	95	5	45	40	35
15	30		80	100	10	50	45	40





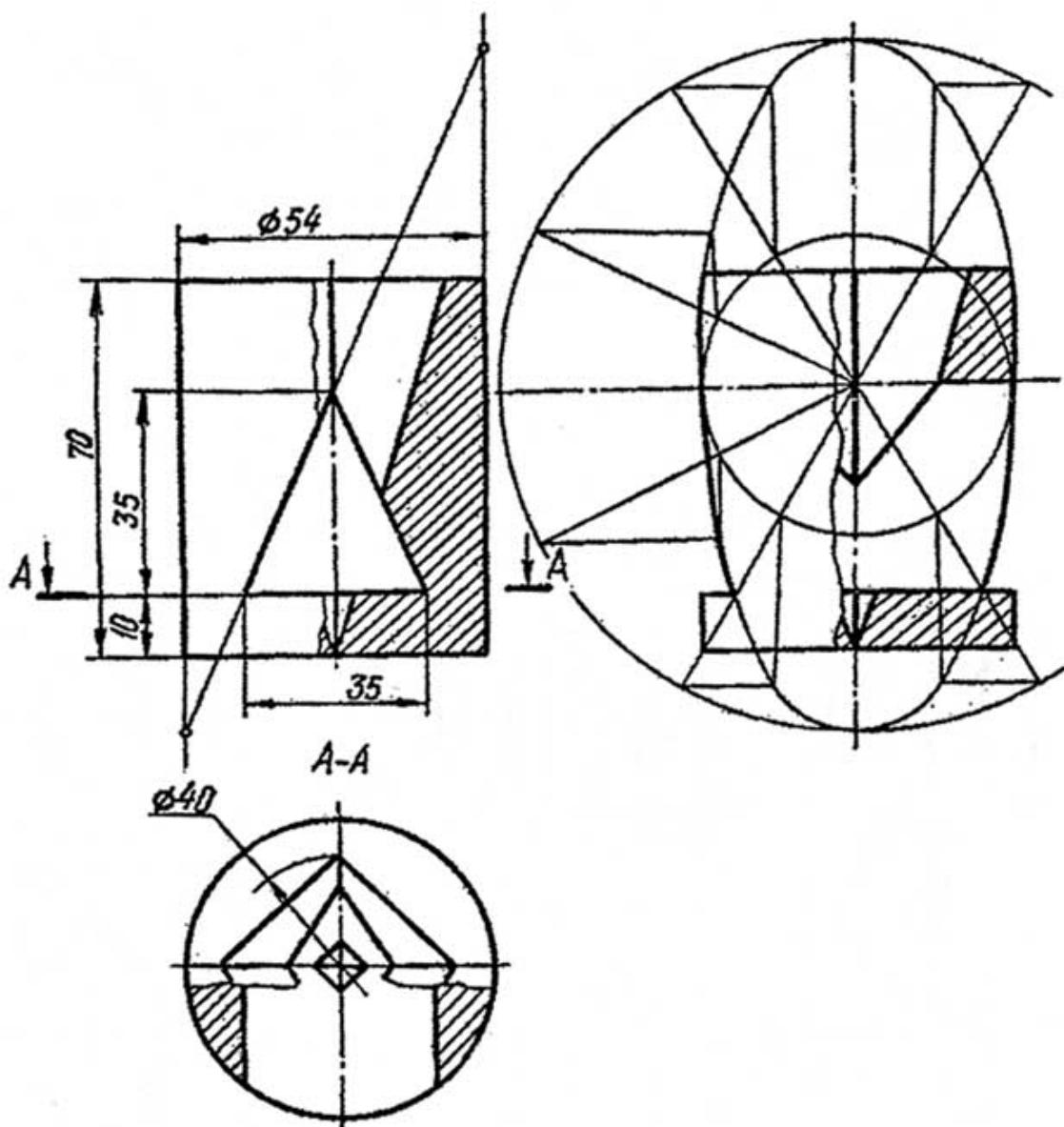
РГ – 4. Умови задач по варіантах





Приклад виконання РГ -4

"Подвійне проникнення"



**Зміст задачі.** Побудувати три проекції геометричного тіла із наскрізними отворами за варіантом задачі. Виконати доцільні розрізи, нанести розміри.

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. Хаскін А.М. Креслення. - К.: Вища шк., 1972.
2. Гордон В.О., Семенцов-Огієвський А.М. Курс начертательной геометрии. -Л.: Наука, 1988.
3. Государственные стандарты Единой системы конструкторской документации (ЕСКД).
4. Учебные задания по начертательной геометрии (Сост. А.М. Крот, Л.В. Петина, Н.С. Гумен). - К., 1988.

Учебные задания по начертательной  
геометрии и инженерной графике для  
программированного обучения

**Составители:** **Виткун Надежда Константиновна**  
**Бевз Николай Демьянович**  
**Ванин Владимир Владимирович**  
**Горбань Сусанна Николаевна**  
**Залевский Владимир Иосифович**

Киев КПІ 2007\_\_\_\_  
На украинском языке

Редактор М.К.Гомельский  
Коректори : А.В.Харько  
С.М.Влизько  
Н.Ф.Слоніна