

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”

**НАВЧАЛЬНІ ЗАВДАННЯ  
З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

Київ – 2020

О.М. Крот, Л.В. Петіна, М.С. Гумен, Г.М. Коваль. Навчальні завдання з нарисної геометрії – К.: НТУУ "КПІ", 2020– 22 с.

Відповідальний редактор В.В. Ванін

Рецензент: Н.В. Білицька

## ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ

Навчальні завдання з інженерної графіки містять графічні умови домашніх і аудиторних завдань по кожній темі курсу.

Домашні завдання розв'язуються студентами самостійно вдома, аудиторні завдання – в аудиторії під керівництвом викладача. На кожному практичному занятті після відповіді викладача на питання студентів виконується контрольна робота з поточної теми за індивідуальними варіантами, під час якої викладач перевіряє домашні завдання і виставляє оцінку за них.

Графічні побудови виконуються олівцем із застосуванням креслярських інструментів безпосередньо на графічних умовах задач, шукані зображення виділяють червоним кольором.

## УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

1. Позначення геометричних елементів:

- точки позначаються великими буквами латинського алфавіту  $A, B, C, \dots$ , або цифрами  $1, 2, 3, \dots$  ;
- лінії - малими буквами латинського алфавіту  $a, b, c, \dots$  ;
- площини і поверхні - великими буквами грецького алфавіту  $\Pi, \Sigma, \Delta, \dots$ ;
- проекції вказаних геометричних елементів позначаються тими ж символами, що і оригінали, з індексами, які відповідають індексам площин проекцій:  $A_1, A_2, A_3, l_1, l_2, l_3, \dots$  .

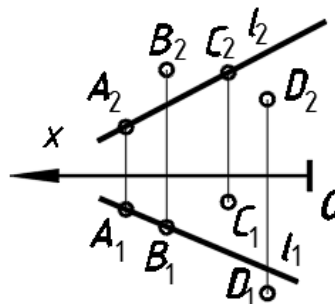
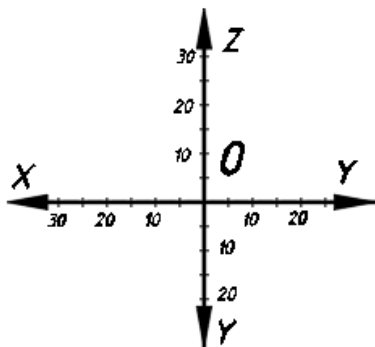
2. Позначення, які характеризують відношення між геометричними елементами та дії над ними:

Символ	Приклад
$\subset (\in)$ – підмножина (елемент) належить множині;	$a \subset \Sigma$ – лінія $a$ належить площині $\Sigma$ , $A \in \Sigma$ – точка $A$ належить площині $\Sigma$ ;
$\supset (\ni)$ – множина включає підмножину (елемент);	$\Sigma \supset a$ – площина $\Sigma$ містить лінію $a$ , $a \ni A$ – пряма $a$ проходить через точку $A$ ;
$\cap$ – перетин геометричних елементів;	$a \cap b$ – лінія $a$ перетинає лінію $b$ ;
$=$ – результат дії;	$A = b \cap \Sigma$ – точка $A$ є точкою перетину прямої $b$ з площиною $\Sigma$ ;
$\cup$ – об'єднання;	$AB = A \cup B$ – пряма $AB$ є результатом об'єднання точок $A$ та $B$ ;
$\parallel$ – паралельність;	$a \parallel b$ – пряма $a$ паралельна до прямої $b$ ;
$\perp$ – перпендикулярність;	$a \perp b$ – пряма $a$ перпендикулярна до прямої $b$ ;
$\circ/$ – символ мимобіжних прямих.	$a \circ/ b$ – прямі $a$ та $b$ мимобіжні

# ЗАНЯТТЯ 1. Проекціювання точки та прямої

## Домашні завдання

1. Побудувати горизонтальну, фронтальну і профільну проекції точок  $A, B, C$ . Визначити положення точок відносно системи площин проекцій.
2. Визначити розташування точок відносно прямої  $l$  (поставити позначку в табл.)



	На $l$	за $l$	перед $l$	над $l$	під $l$
$A$					
$B$					
$C$					
$D$					

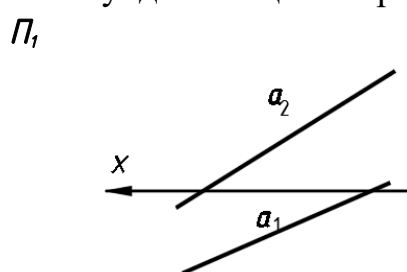
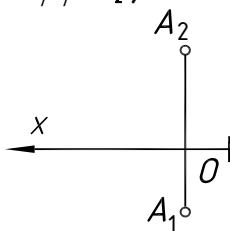
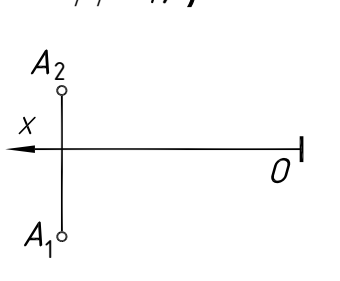
$A(30, 20, 25) \in$  \_\_\_\_\_

$B(20, 0, 10) \in$  \_\_\_\_\_

$C(0, 25, 0) \in$  \_\_\_\_\_

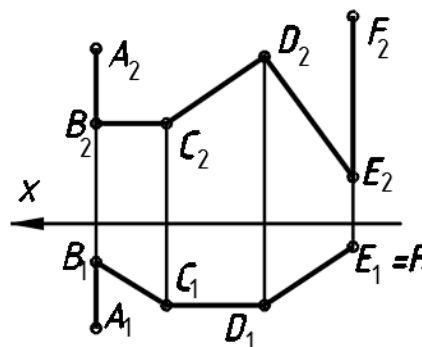
3. Побудувати проекції прямих рівня, які проходять через точку  $A$  під заданими кутами до площин проекцій:

а.  $AB \parallel \Pi_1, \beta = 30^\circ$     б.  $AB \parallel \Pi_2, \alpha = 45^\circ$



5. Записати назву кожної ланки ламаної  $ABCDEF$  і визначити її довжину

ланка	Розташування і назва	довжина
$AB$	$\parallel \Pi_3$ , профільна пряма	
$BC$		
$CD$		
$DE$		
$EF$		



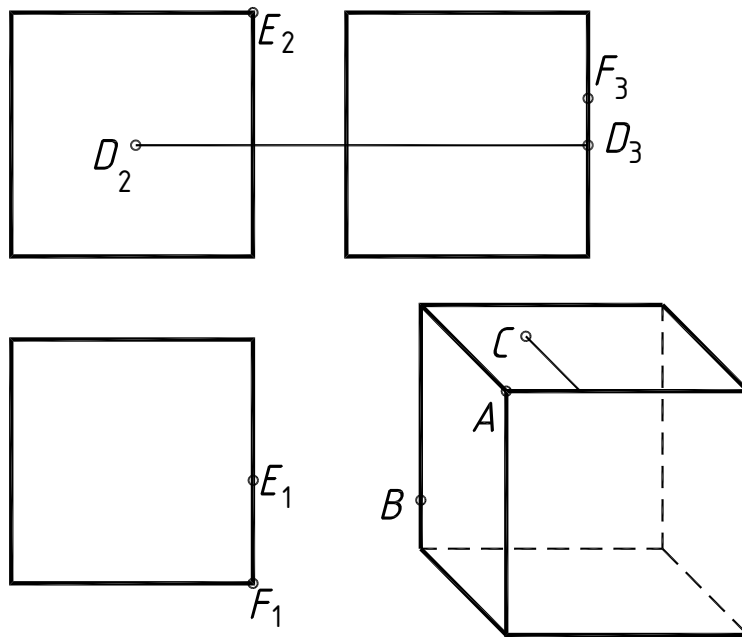
Довжина ламаної  $ABCDEF$  \_\_\_\_\_

## Аудиторні завдання

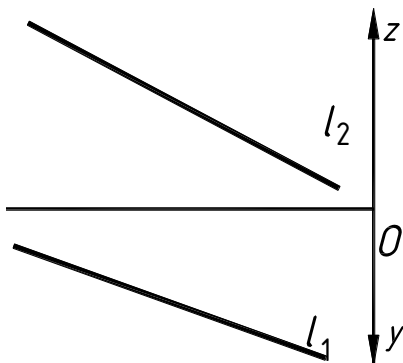
6. Побудувати:

а) за наочними зображеннями точок  $A, B, C$  у фронтальній диметрії їх ортогональні проєкції;

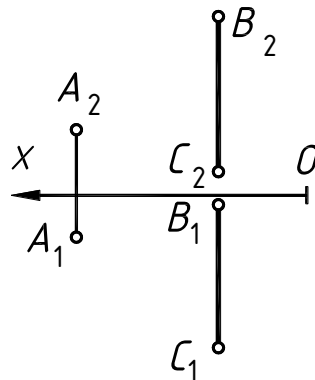
б) за двома ортогональними проєкціями точок  $D, E, F$  їх відсутні проєкції та наочні зображення у фронтальній диметрії.



7. На прямій  $l$  знайти точку  $A$ , віддалену від осі  $Oy$  на 15 мм і побудувати відрізок  $AB$  довжиною 25 мм.



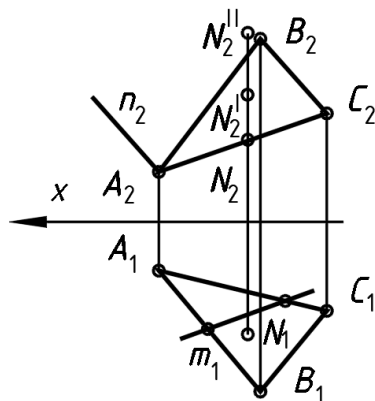
8. Через точку  $A$  провести пряму, яка паралельна до площини  $\Pi$ , і перетинає пряму  $BC$ .



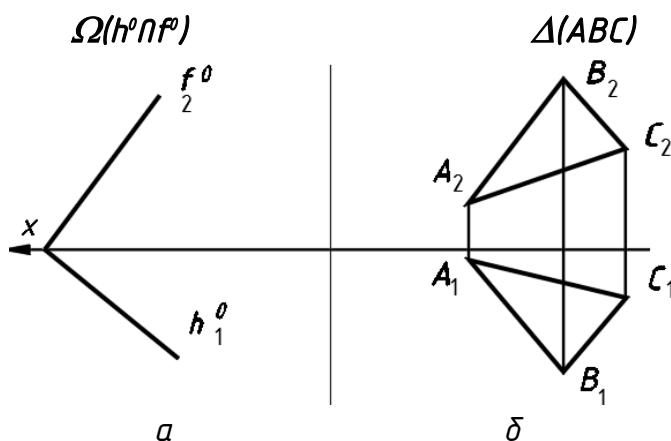
## ЗАНЯТТЯ 2. Площина. Точки і прямі у площині

### Домашні завдання

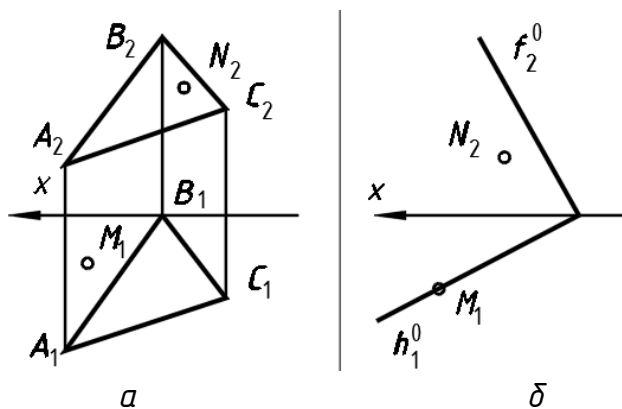
9. Побудувати відсутні проекції прямих  $n$  і  $m$ , які належать площині  $\Delta(ABC)$ . Визначити, яка з проекцій ( $N_2$ ,  $N_2^I$ ,  $N_2^{II}$ ) відповідає фронтальній проекції точки  $M(M_1)$ , яка належить площині  $\Delta(ABC)$ .



10. В заданих площинах побудувати горизонталь на відстані 15 мм від площини  $\Pi_1$  і фронталь на відстані 10 мм від площини  $\Pi_2$ . Знайти точки їх перетину.

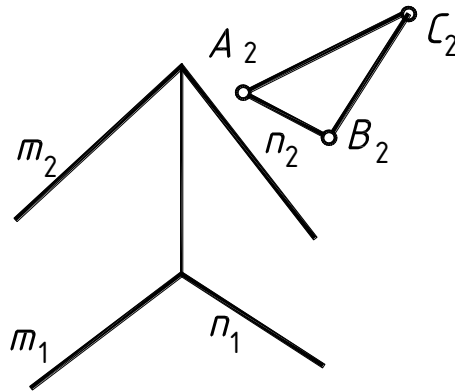


11. Побудувати відсутні проекції точок  $M$  і  $N$ , які належать заданим площинам

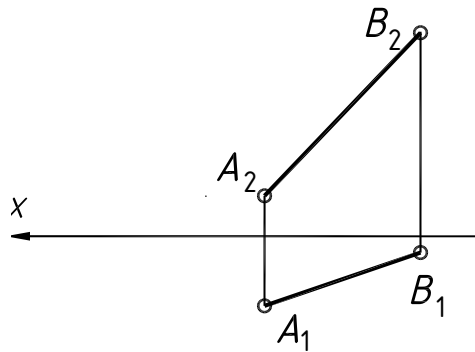


## Аудиторні завдання

12. Побудувати горизонтальну проекцію трикутника  $ABC$ , який належить площині  $\Sigma(\pi\pi m)$ .



13\*. Побудувати сліди площини загального положення, яка проходить через пряму  $AB$  та рівно нахилена до площин  $\Pi_1$  та  $\Pi_2$

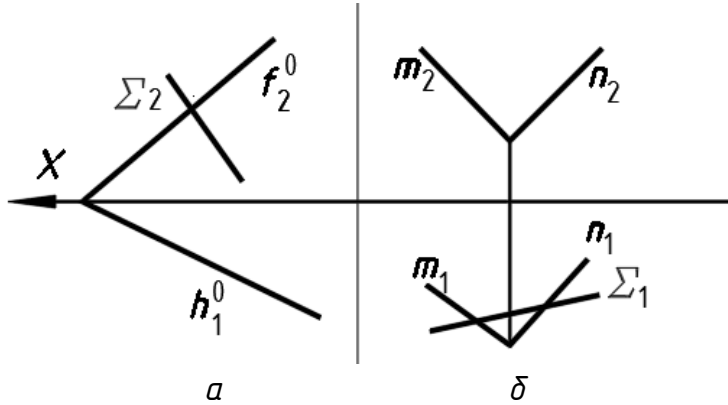


### ЗАНЯТТЯ 3. Взаємне положення площин

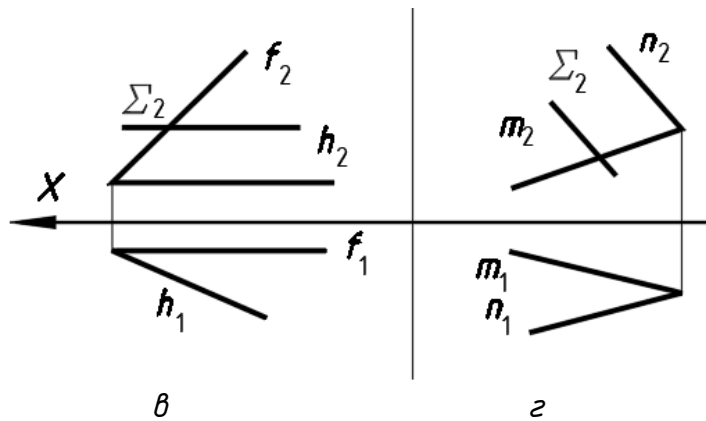
#### Домашні завдання

14. Побудувати лінію перетину двох площин. Одну проекцію лінії перетину побудувати за умовою належності площині окремого положення, другу – за умовою належності площині загального положення, а саме

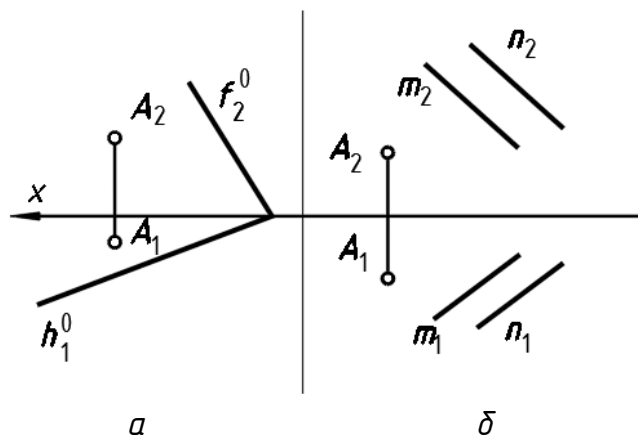
– за двома точками;



– за точкою та напрямком.



15. Через точку  $A$  провести площину, паралельну до заданої площини.

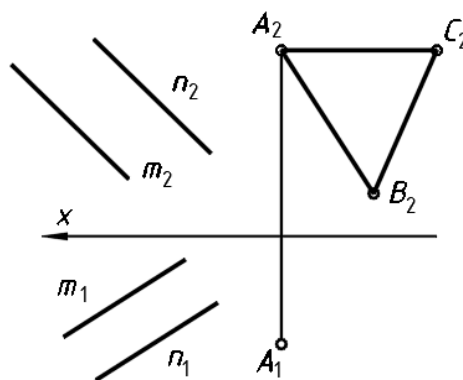
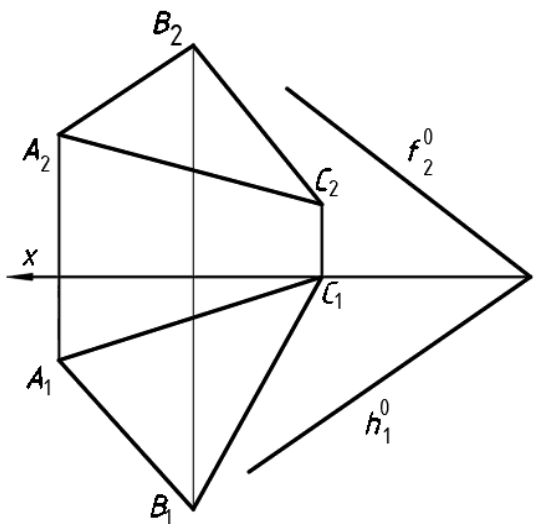




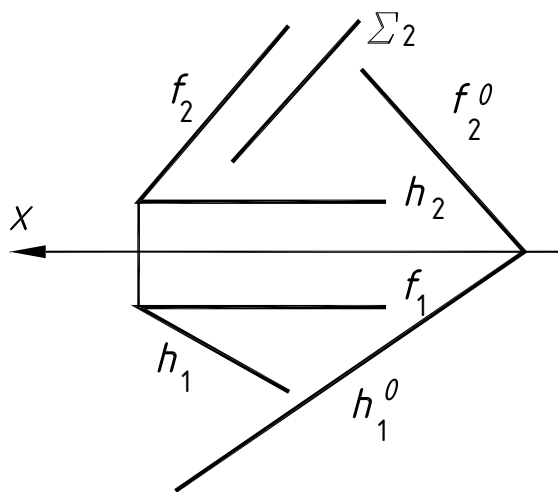
### Аудиторні завдання

**16.** Побудувати лінію перетину площин  $\Delta ABC$  та  $\Sigma$  ( $f^0 \cap h^0$ ),

**17.** Побудувати горизонтальну проекцію  $\Delta ABC$ , площина якого паралельна до площини  $\Sigma$  ( $m//n$ ), а сторона  $AB//m$ .



**18\*.** Знайти точку  $K$  перетину трьох площин та визначити її координати.

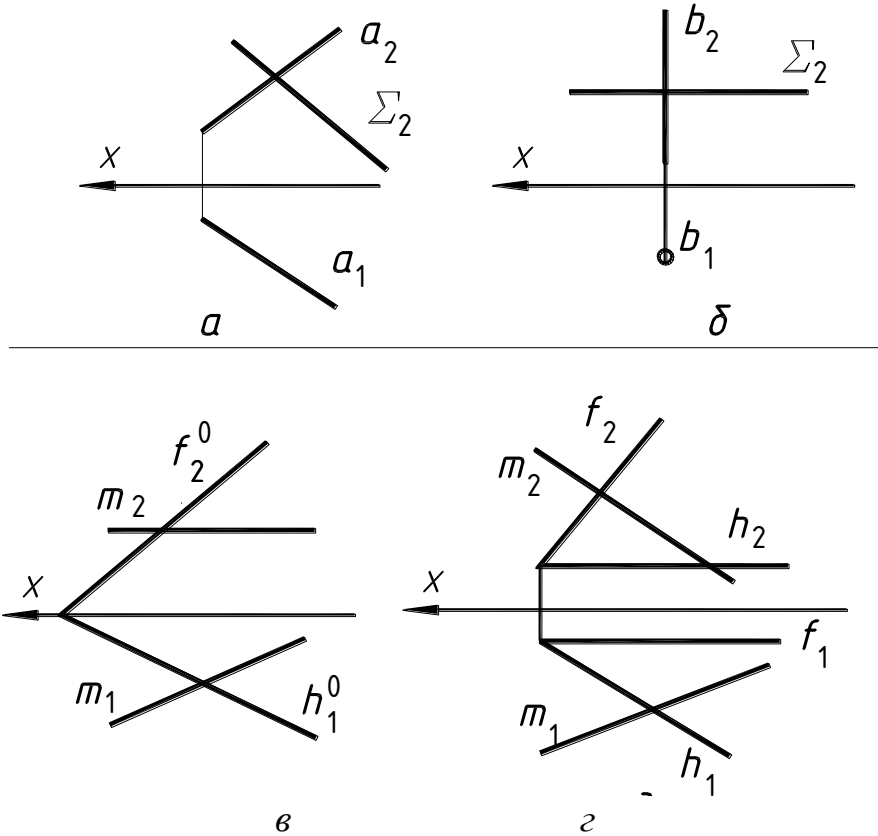


$K( \quad )$

## ЗАНЯТТЯ 4. Взаємне розташування прямої та площини

### Домашні завдання

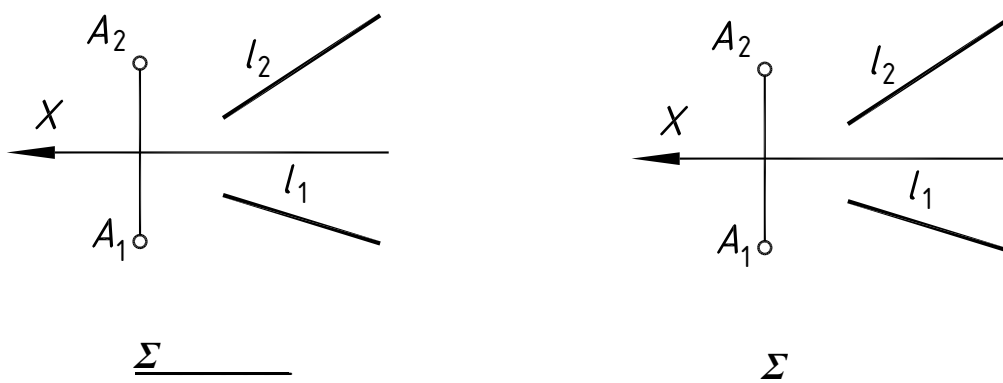
19. Побудувати точку  $K$  перетину прямої з площиною.



20. Через точку  $A$  провести площину  $\Sigma$ , паралельну до прямої  $l$ , і записати її визначник.

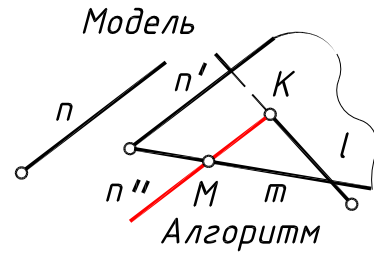
а)  $\Sigma$  – горизонтально-проекціююча

б)  $\Sigma$  – профільно-проекціююча



### Аудиторні завдання

21. Дані три мимобіжні прямі  $l$ ,  $m$ ,  $n$ . Побудувати пряму, яка паралельна до прямої  $n$  та перетинає прямі  $m$  і  $l$ .



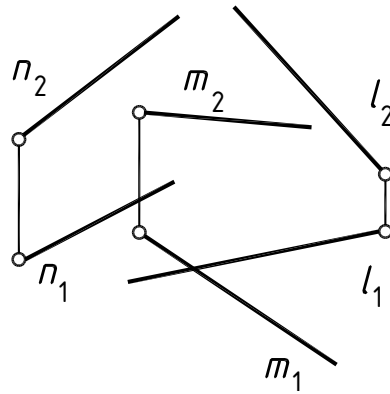

---



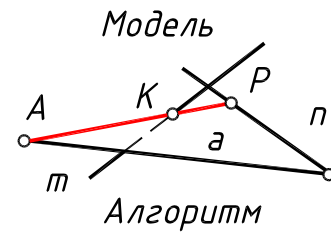
---



---



22. Через точку  $A$  провести пряму так, щоб вона перетинала задані прямі  $m$  та  $n$ .



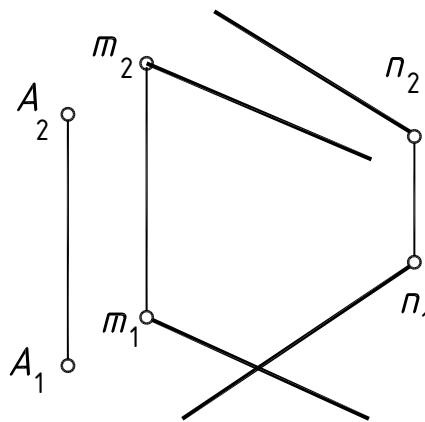

---



---



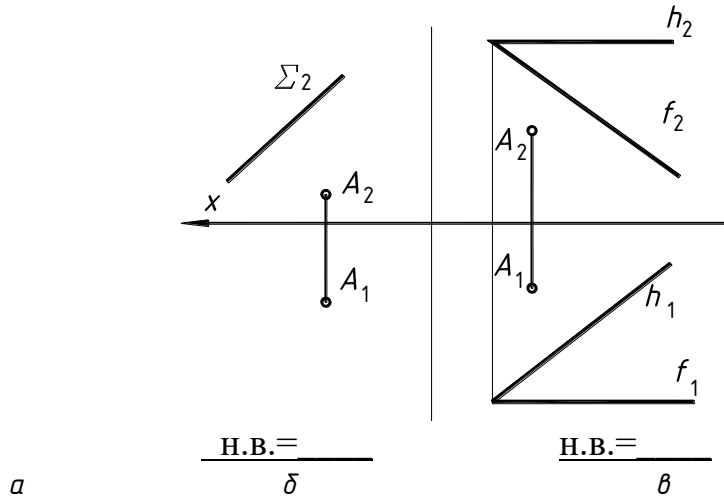
---



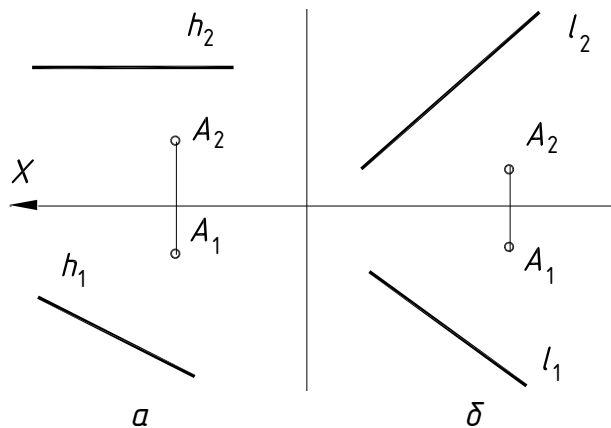
**ЗАНЯТТЯ 5. Перпендикулярність прямих і площин. Застосування геометричних місць при розв'язуванні задач**

**Домашні завдання**

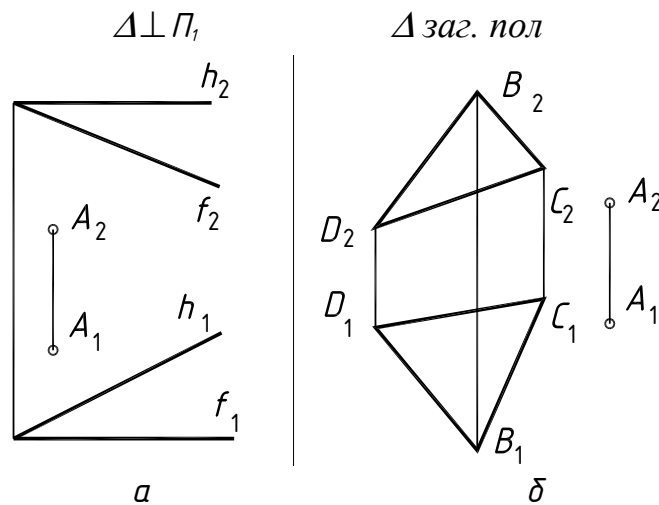
**23.** Визначити відстань від точки  $A$  до заданої площини.



**24.** Визначити відстань від точки  $A$  до заданої прямої.



**25.** Через точку  $A$  провести площину  $\Delta$ , перпендикулярну до заданої.



**Аудиторні завдання**

26. Побудувати горизонтальну проекцію прямої  $b$ , яка перетинає задану пряму  $a$  під прямим кутом.

Алгоритм

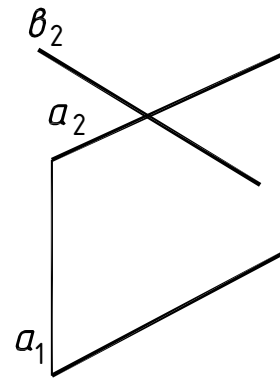
---



---



---



27. На осі  $Oz$  знайти точку  $C$ , рівновіддалену від точок  $A$  та  $B$ .

Алгоритм

---



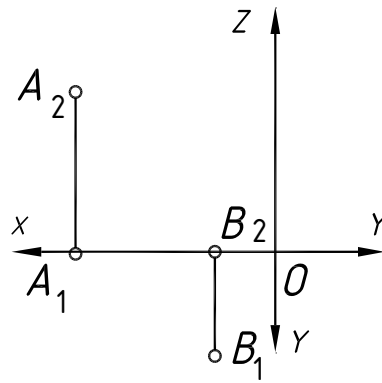
---



---



---



28\*. Побудувати пряму, паралельну до площини  $\Sigma(\Sigma_2)$  і дотичну в точці  $K$  до сфери з центром в точці  $C$ .

Алгоритм

---



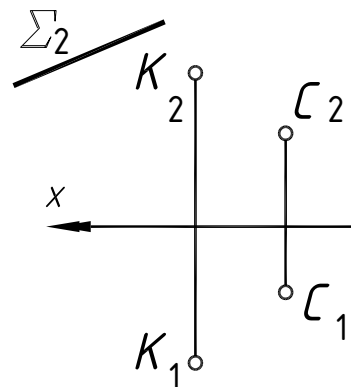
---



---



---



**ЗАНЯТТЯ 6. Спосіб заміни площин проєкцій. Обертання навколо лінії рівня**

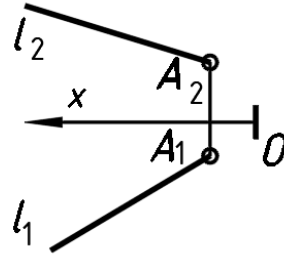
**Домашні завдання**

**29.** Перетворити пряму  $l$  в пряму рівня та визначити кути нахилу прямої до площин проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

$\alpha^\circ = \underline{\hspace{2cm}}, \beta^\circ = \underline{\hspace{2cm}}.$

Відкласти на прямій відрізок  $AB=30\text{мм}.$

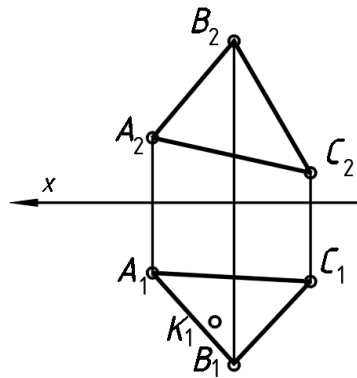
Перетворити пряму  $AB$  в проєціюючу.



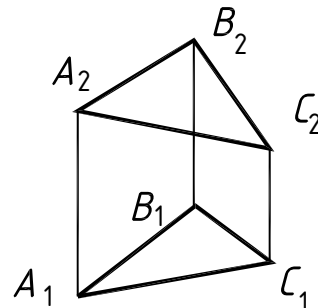
**30.** Визначити натуральну величину  $\Delta ABC$ , кут  $\sphericalangle ABC$  та кут нахилу площини трикутника до площини  $\Pi_1$

$\sphericalangle ABC = \underline{\hspace{2cm}}, \alpha^\circ = \underline{\hspace{2cm}}.$

На всіх площинах проєкцій побудувати відсутні проєкції точки  $K(K_i) \in \Delta ABC.$

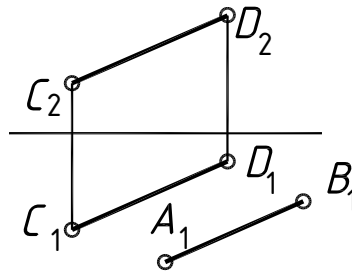


**31.** Визначити натуральну величину  $\Delta ABC$  способом обертання

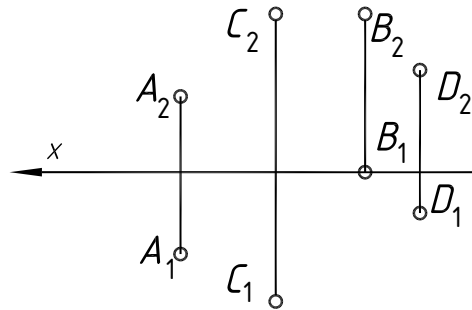


## Аудиторні завдання

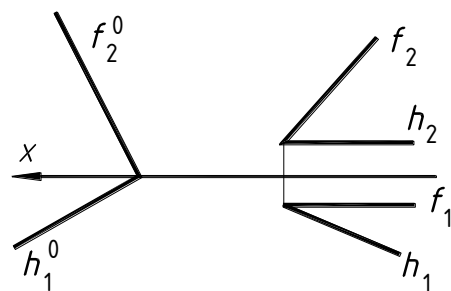
**32.** Побудувати фронтальну проекцію відрізка  $AB$ , паралельного до відрізка  $CD$  і віддаленого від нього на **15** мм.



**33.** Побудувати пряму, рівновіддалену від заданих точок  $A, B, C$  та  $D$ .



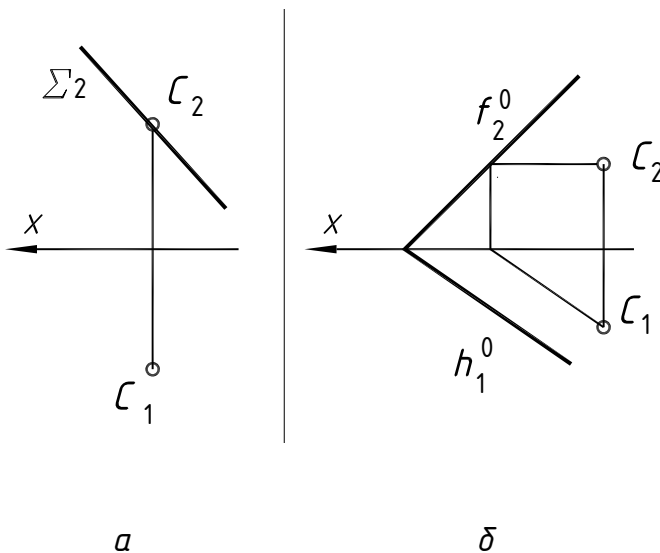
**34\*.** Визначити кут між заданими площинами  $\Sigma(h^0 \cap f^0)$  та  $\Delta(h \cap f)$  способом обертання



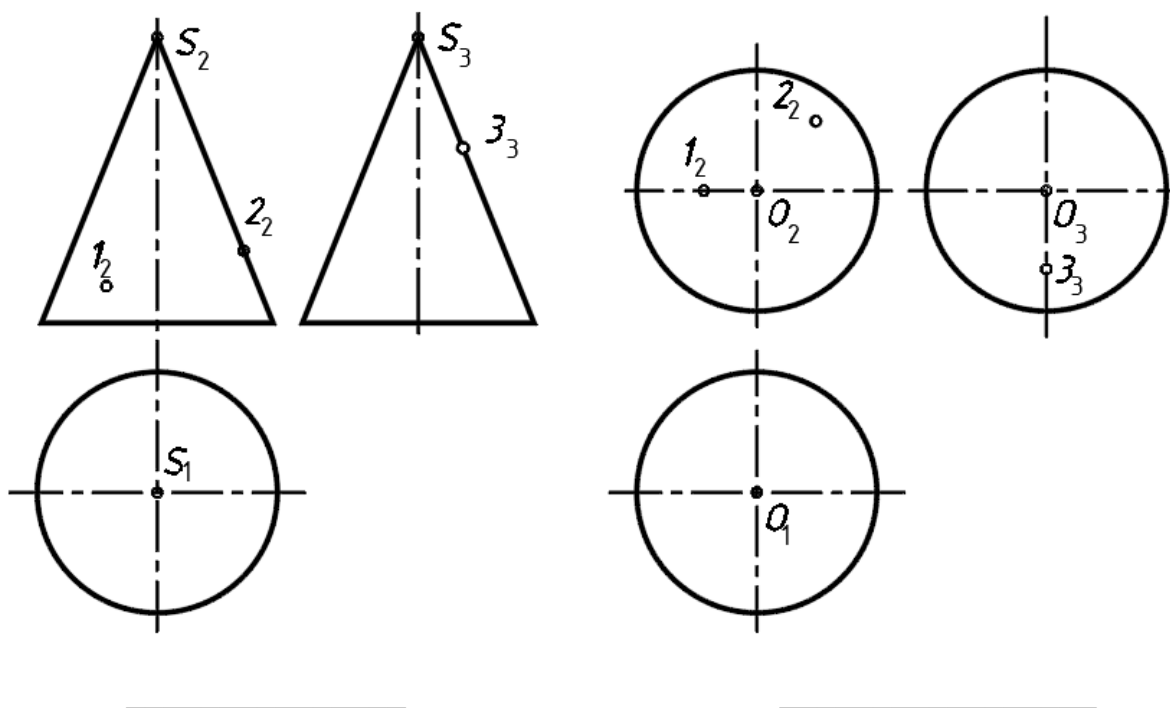
## ЗАНЯТТЯ 7. Криві лінії і поверхні

### Домашні завдання

**35.** Побудувати в заданій площині проекції кола. Центр кола – точка  $C$ , діаметр дорівнює 22 мм.



**36.** Побудувати відсутні проекції точок, які належать заданим поверхням. Точки вважати видимими на тих зображеннях, де задані їх проекції. Записати назву поверхні.

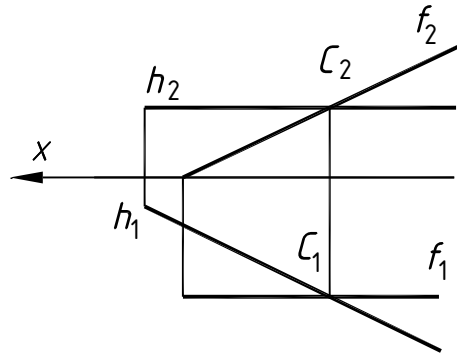




## Аудиторні завдання

**37.** Побудувати проєкції прямого кругового конуса, основа якого розташована в заданій площині.

Діаметр основи дорівнює **28** мм, висота конуса – **35** мм.



**38\*.** Побудувати проєкції поверхні, утвореної обертанням відрізка **AB** навколо прямої **b**.

Записати назву поверхні та її визначник.

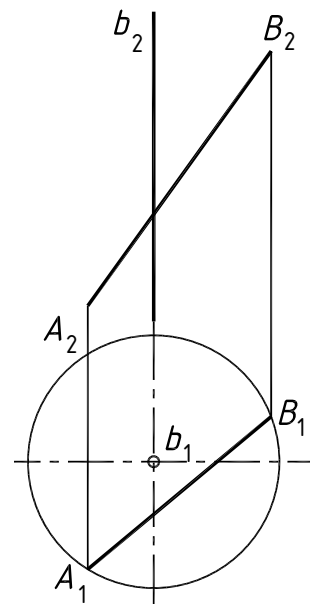
---



---



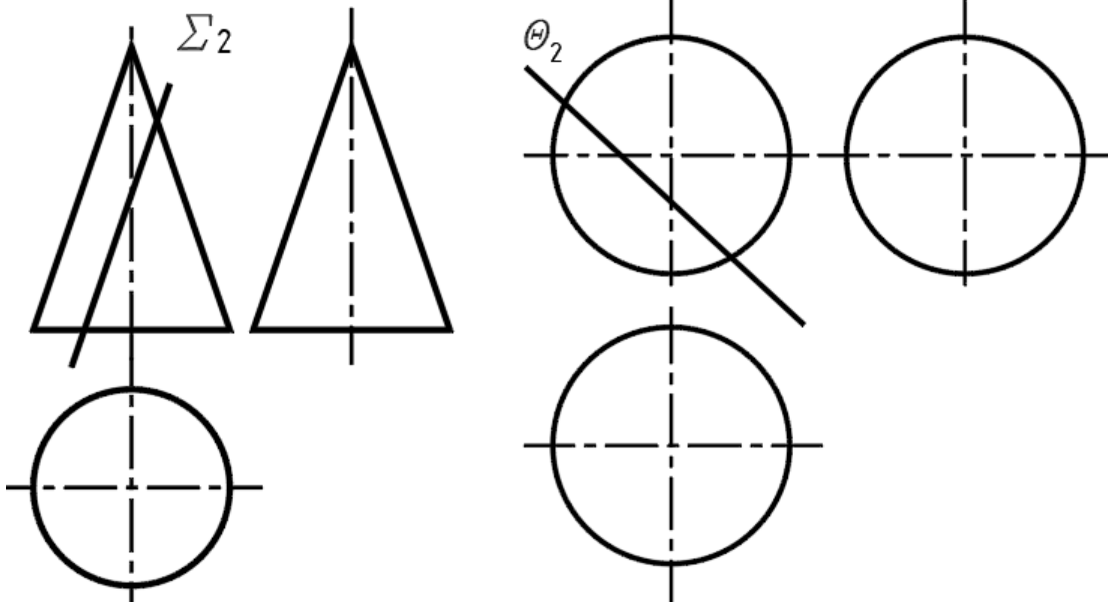
---



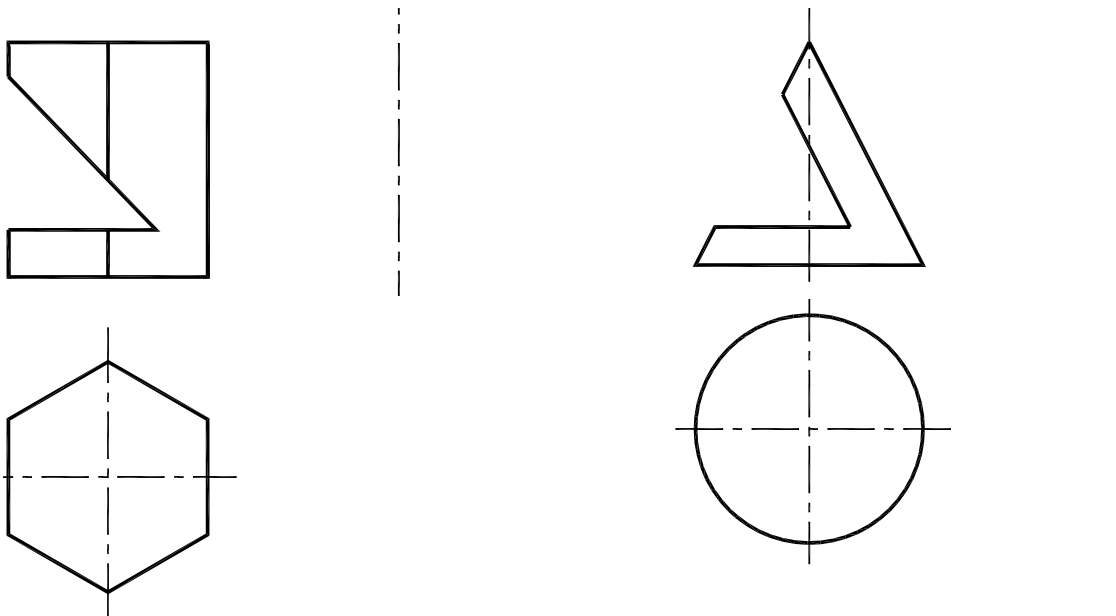
## ЗАНЯТТЯ 8. Перетин поверхонь площинами

### Домашні завдання

39. Побудувати проєкції лінії перетину заданої поверхні проєкціуючою площиною з урахуванням видимості.

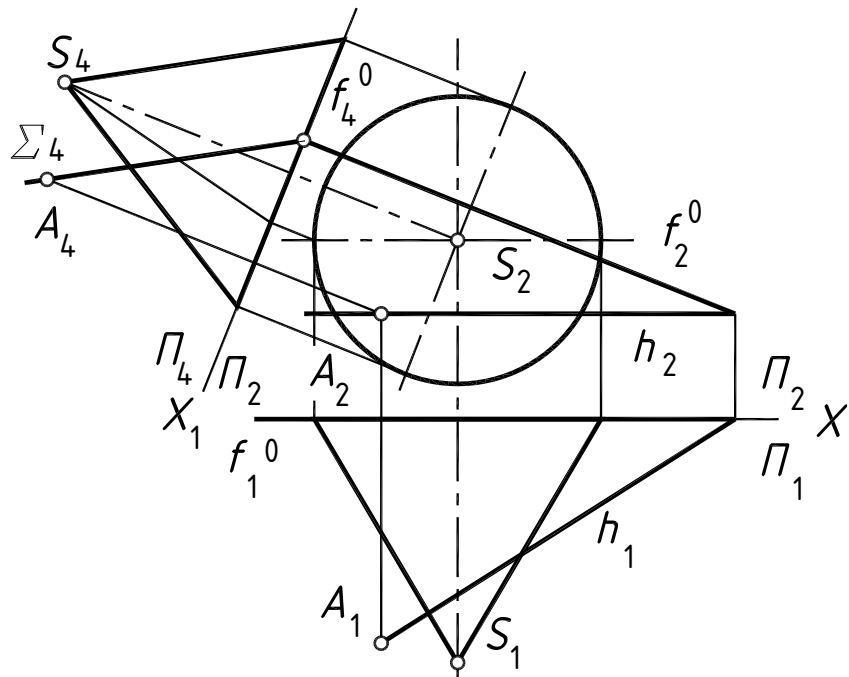


40. Побудувати горизонтальну та побудувати профільну проєкції фігури.

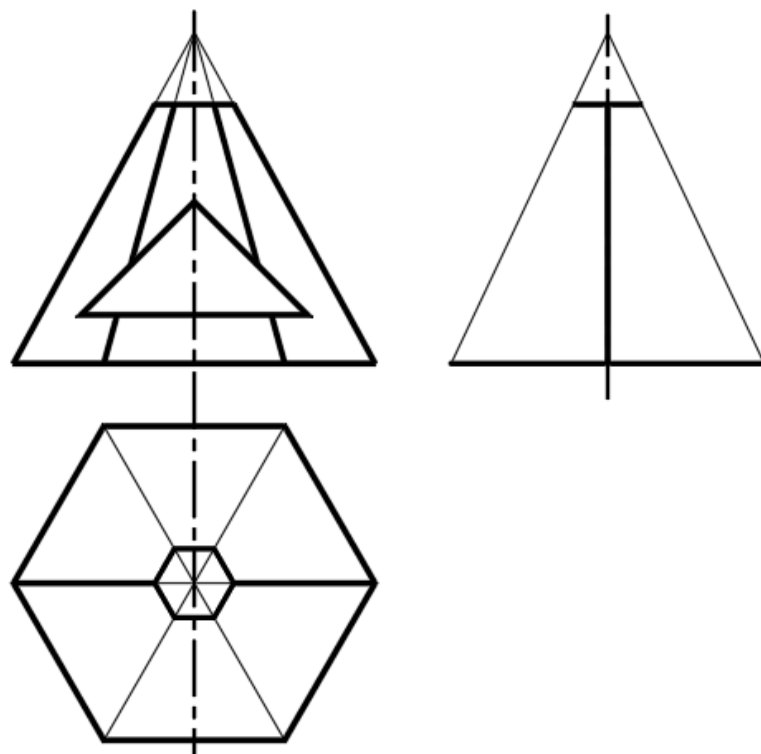


## Аудиторні завдання

**41\*.** Визначити форму лінії перетину поверхні конуса площиною  $\Sigma$ , побудувати її проекції та натуральну величину.



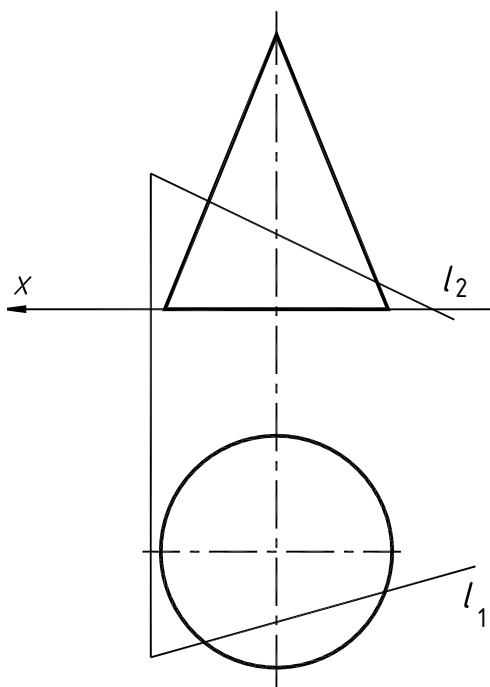
**42.** Побудувати горизонтальну та побудувати профільну проекції фігури з наскрізним отвором, виконати горизонтальний та профільний розрізи.



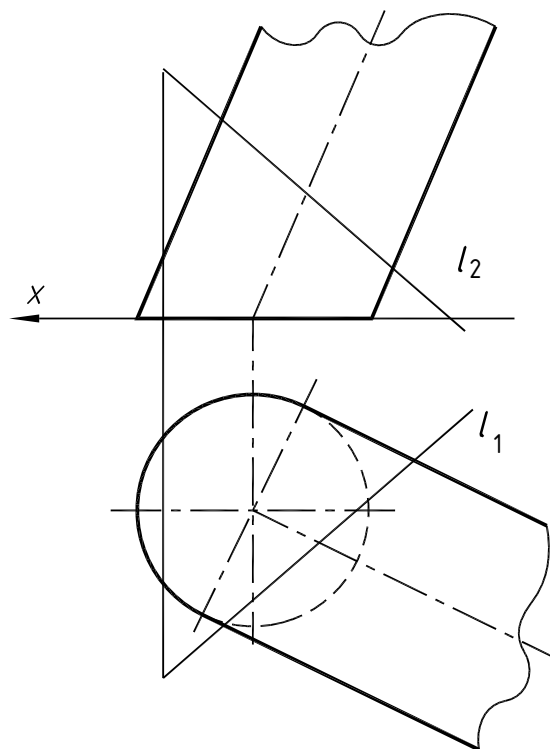
## ЗАНЯТТЯ 9. Перетин прямої з поверхнею тіла. Перетин поверхонь

### Домашні завдання

43. Знайти точки перетину прямої з поверхнями конуса та циліндра. Встановити видимість прямої.

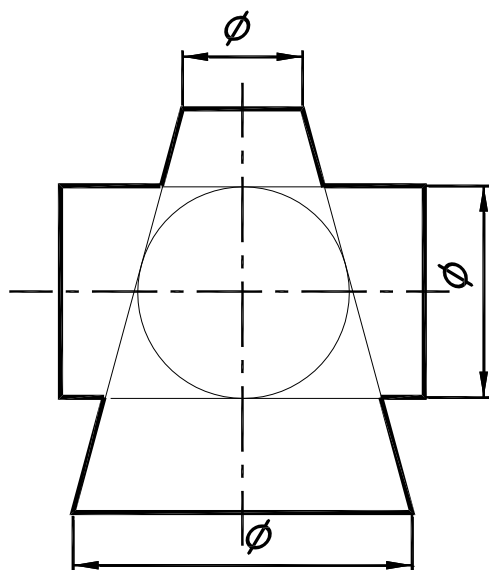


a

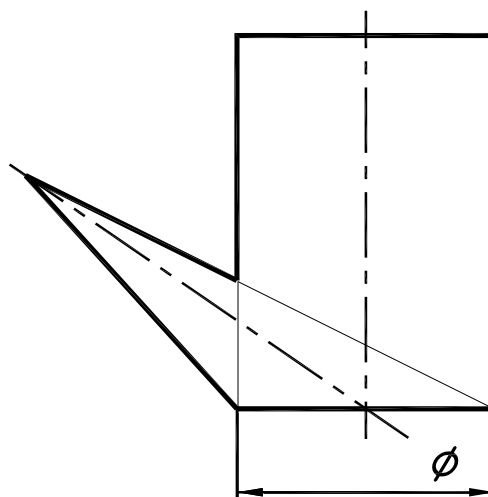


б

44. Побудувати лінію перетину поверхонь.



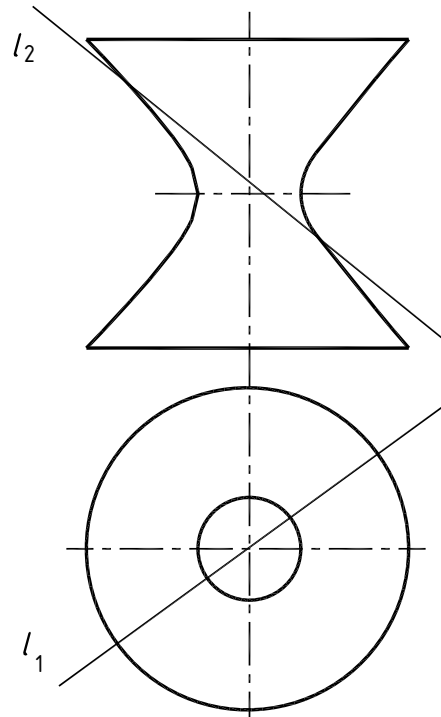
a



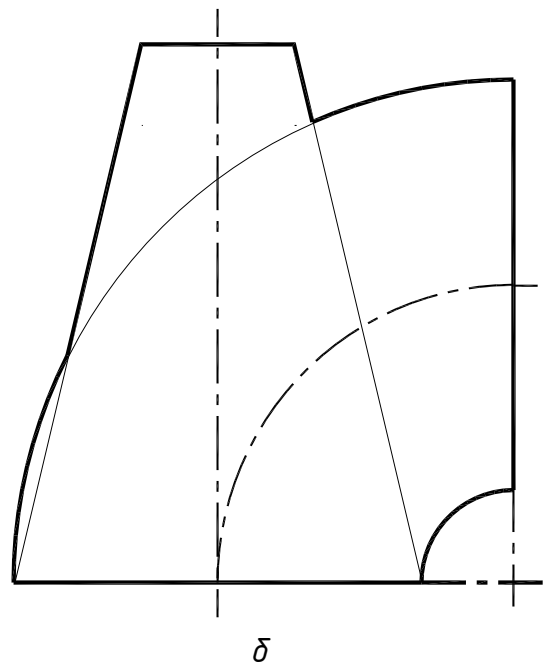
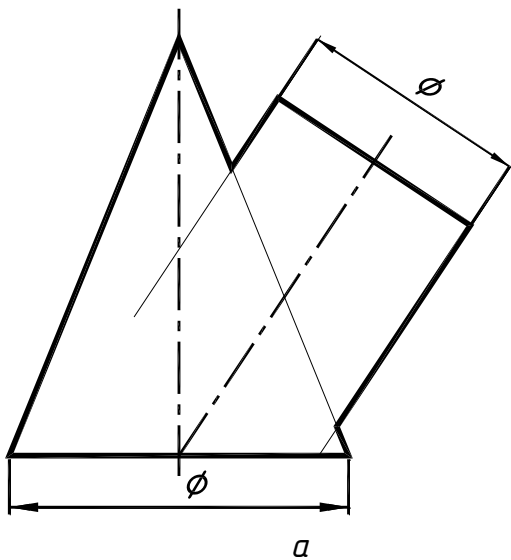
б

### Аудиторні завдання

45. Знайти точки перетину прямої з поверхнею однопорожнинного гіперболоїда. Встановити видимість прямої.



46. Побудувати лінію перетину поверхонь.



## ЛІТЕРАТУРА

1. Ванін В.В., Перевертун В.В., Надкернична Т.М., Власюк Г.Г. Інженерна графіка. – К.: Видавнича група ВНУ, 2009.– 400 с.
2. Михайленко В.Є., Ванін В.В., Ковальов С.М. Інженерна графіка. – К.: Каравела; Львів: Новий Світ– 2000, 2002. – 336 с.
3. Хмеленко О.С. Нарисна геометрія. Підручник – К.: Кондор, 2008. – 440 с.
4. Крот О.М., Петіна Л.В., Гумен М.С. Навчальні завдання з нарисної геометрії для програмованого навчання– К.: КПІ, 1991. – 88 с.

## ЗМІСТ

	Загальні вимоги . . . . .	3
	Умовні позначення . . . . .	3
Заняття 1.	Проекціювання точки та прямої . . . . .	4
Заняття 2.	Площина. Точки і прямі у площині. . . . .	6
Заняття 3.	Взаємне положення площин . . . . .	8
Заняття 4.	Взаємне розташування прямої та площини. . .	10
Заняття 5.	Перпендикулярність прямих і площин. Застосування геометричних місць при розв'язуванні задач. . . . .	12
Заняття 6.	Спосіб заміни площин проекцій. Обертання навколо лінії рівня. . . . .	14
Заняття 7.	Криві лінії і поверхні . . . . .	16
Заняття 8.	Перетин поверхонь площинами. . . . .	18
Заняття 9.	Перетин прямої з поверхнею тіла. Перетин поверхонь. . . . .	20
	Література . . . . .	22